Московский комитет образования
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Механико-математический факультет
Московское математическое общество
Московский институт повышения квалификации работников образования
Московский городской педагогический университет
Международная соросовская образовательная программа в области точных наук
Дом научно-технического творчества молодёжи
Московский центр непрерывного математического образования

LXIV
Московская математическая олимпиада

Москва
2001

Свои результаты Вы можете узнать в Московском центре непрерывного математического образования по телефону 241–12–37 в рабочие дни с 12 до 18 часов, а также в сети Internet по адресу `http://www.mccme.ru/olympiads/mmo`

Выдача неполученных грамот — по средам (начиная с 21 марта) с 16–00 до 18–00 в Московском центре непрерывного математического образования (адрес см. на последней странице обложки), комн. 202.

В. Д. Арнольд, А. Д. Блинков, М. Н. Вялый, Н. С. Глаголева, В. М. Гуровиц, Т. И. Голенищева-Кутузова, С. А. Дориченко, В. В. Доценко, М. А. Евдокимов, А. Я. Канель-Белов, В. А. Клепцын, П. А. Кожевников, Р. М. Кузнец, А. Ю. Митягин, А. В. Спивак, Б. Р. Френкин, А. В. Хачатурян, А. Х. Шень, И. В. Ященко, В. В. Ященко

LXIV Московская математическая олимпиада

Редактор Е. Н. Осьмова. Техн. редактор В. М. Гуровиц.

Лицензия ИД №01335 от 24/III 2000 г. Подписано к печати 11/III 2001 г.
Формат бумаги $60\times 88\ {}^1/_{16}$. Физ. печ. л. 1,50. Усл. печ. л. 1,50. Уч.-изд. л. 1,38.
Тираж 2500 экз. Заказ .

Издательство Московского центра непрерывного математического образования.
121002, Москва, Г-2, Бол. Власьевский пер., 11.

Отпечатано в типографии РА «Фантазия».
111024, Москва, Авиамоторная ул., 20/17.

Условия

6 класс

1. Решите ребус: $AX \cdot УX = 2001$. (А. Блинков)

2. Офеня* купил на оптовом рынке партию ручек и предлагает покупателям либо одну ручку за 5 рублей, либо три ручки за 10 рублей. От каждого покупателя Офеня получает одинаковую прибыль. Какова оптовая цена ручки? (А. Саблин)

3. Наташа и Инна купили по одинаковой коробке чая в пакетиках. Известно, что одного пакетика хватает на две или три чашки чая. Наташе коробки хватило на 41 чашку чая, а Инне — на 58 чашек. Сколько пакетиков было в коробке? (А. Спивак, И. Ященко)

4. Расставьте по кругу 6 различных чисел так, чтобы каждое из них равнялось произведению двух соседних. (А. Митягин)

5. Вифсла, Тофсла и Хéмуль играли в снежки. Первый снежок бросил Тофсла. Затем в ответ на каждый попавший в него снежок Вифсла бросал 6 снежков, Хемуль — 5, а Тофсла — 4 снежка. Через некоторое время игра закончилась. Найдите, в кого сколько снежков попало, если мимо цели пролетели 13 снежков. (В себя самого снежками не кидаются.)
(Т. Голенищева-Кутузова, В. Клепцын)

6. Поля клетчатой доски размером 8×8 будем по очереди закрашивать в красный цвет так, чтобы после закрашивания каждой следующей клетки фигура, состоящая из закрашенных клеток, имела ось симметрии. Покажите, как можно закрасить а) 26; б) 28 клеток, соблюдая это условие. (В качестве ответа расставьте на тех клетках, которые должны быть закрашены, числа от 1 до 26 или до 28 в том порядке, в котором проводилось закрашивание.) (И. Акулич)

7 класс

1. В книге рекордов Гиннесса написано, что наибольшее известное простое число равно $23021^{377} - 1$. Не опечатка ли это? (С. Маркелов)

2. Приходя в тир, игрок вносит в кассу 100 рублей. После каждого удачного выстрела количество его денег увеличивается на 10%, а после каждого промаха уменьшается на 10%. Могло ли после нескольких выстрелов у него оказаться 80 рублей 19 копеек? (И. Ященко)

---

* Продавец в разнос, коробейник.

3. Для постройки типового дома не хватало места. Архитектор изменил проект: убрал 2 подъезда и добавил 3 этажа. При этом количество квартир увеличилось. Он обрадовался и решил убрать еще 2 подъезда и добавить еще 3 этажа. Могло ли при этом квартир стать даже меньше, чем в типовом проекте? (В каждом подъезде одинаковое число этажей, а на всех этажах во всех подъездах одинаковое число квартир.)

(Т. Голенищева-Кутузова, В. Гуровиц, П. Кожевников, И. Ященко)

4. В стене имеется маленькая дырка (точка). У хозяина есть флажок следующей формы (рис. 1). Покажите на рисунке все точки, в которые можно вбить гвоздь, так чтобы флажок закрывал дырку.

(А. Шень)

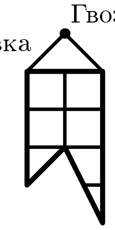

Рис. 1

5. Отметьте на доске 8×8 несколько клеток так, чтобы любая (в том числе и любая отмеченная) клетка граничила по стороне ровно с одной отмеченной клеткой. (А. Спивак)

8 класс

1. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник шириной 200 и высотой 100 клеток. Его закрашивают по клеткам, начав с левой верхней и идя по спирали (дойдя до края или уже закрашенной части, поворачивают направо, рис. 2). Какая клетка будет закрашена последней? (Укажите номер её строки и столбца. Например, нижняя правая клетка стоит в 100-й строке и 200-м столбце.)

(А. Хачатурян)

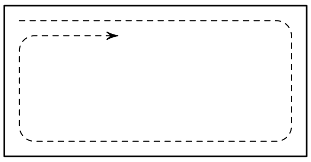
Рис. 2

2. Можно ли поставить на плоскости 100 точек (сначала первую, потом вторую и так далее до сотой) так, чтобы никакие три точки не лежали на одной прямой и чтобы в любой момент фигура, состоящая из уже поставленных точек, имела ось симметрии?

(И. Акулич)

3. Даны шесть слов:

ЗАНОЗА, ЗИПУНЫ, КАЗИНО, КЕФАЛЬ, ОТМЕЛЬ, ШЕЛЕСТ.

За один шаг можно заменить любую букву в любом из этих слов на любую другую (например, за один шаг можно получить из слова ЗАНОЗА слово ЗКНОЗА). Сколько шагов нужно, чтобы сделать все слова одинаковыми (допускаются бессмысленные)? Приведите пример и докажите, что меньшим числом шагов обойтись нельзя. (В. Доценко, А. Шень)

4. В треугольнике ABC проведены биссектриса AK, медиана BL и высота CM. Треугольник KLM равносторонний. Докажите, что треугольник ABC равносторонний. (Р. Женодаров)

5. Лёша задумал двузначное число (от 10 до 99). Гриша пытается его отгадать, называя двузначные числа. Считается, что он отгадал, если одну цифру он назвал правильно, а в другой ошибся не более чем на единицу (например, если задумано число 65, то 65, 64 и 75 подходят, а 63, 76 и 56 — нет). Придумайте способ, гарантирующий Грише успех за 22 попытки (какое бы число ни задумал Лёша). (Фольклор)

6. (Продолжение.) Покажите, что нет способа, гарантирующего Грише успех за 18 попыток. (Фольклор)

9 класс

1. Можно ли расставить на футбольном поле четырёх футболистов так, чтобы попарные расстояния между ними равнялись 1, 2, 3, 4, 5 и 6 метров? (А. Митягин)

2. В некоторой стране суммарная зарплата 10% самых высокооплачиваемых работников составляет 90% зарплаты всех работников. Может ли так быть, что в каждом из регионов, на которые делится эта страна, зарплата любых 10% работников составляет не более 11% всей зарплаты, выплачиваемой в этом регионе? (М. Вялый)

3. Внутри угла с вершиной M отмечена точка A. Из этой точки выпустили шар, который отразился от одной стороны угла в точке B, затем от другой стороны в точке C и вернулся в A («угол падения» равен «углу отражения», рис. 3). Докажите, что центр O окружности, описанной около треугольника BCM, лежит на прямой AM. (А. Заславский)

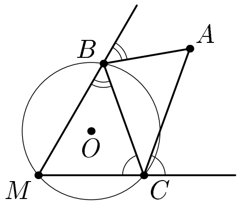

Рис. 3

4. Камни лежат в трёх кучках: в одной — 51 камень, в другой — 49 камней, а в третьей — 5 камней. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку из чётного количества камней на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой? (В. Клепцын)

5. Натуральное число N в $\underbrace{999\ldots99}_{k \text{ штук}}$ раз больше суммы своих цифр. Укажите все возможные значения k и для каждого из них приведите пример такого числа. (Г. Гальперин)

6. Участники шахматного турнира сыграли друг с другом по одной партии. Для каждого участника A было подсчитано число набранных им очков (за победу дается 1 очко, за ничью — 1/2 очка, за поражение — 0 очков) и коэффициент силы по формуле: сумма очков тех участников, у кого A выиграл, минус сумма очков тех, кому он проиграл.

а) Могут ли коэффициенты силы всех участников быть больше 0?

б) Могут ли коэффициенты силы всех участников быть меньше 0?

(А. Толпыго)

10 класс

1. Существуют ли три квадратных трёхчлена, такие что каждый из них имеет корень, а сумма любых двух трёхчленов не имеет корней?

(А. Канель)

2. Можно ли расставить охрану вокруг точечного объекта так, чтобы ни к объекту, ни к часовым нельзя было незаметно подкрасться? (Каждый часовой стоит неподвижно и видит на 100 м строго вперёд.)

(В. Клепцын)

3. Приведите пример многочлена $P(x)$ степени 2001, для которого выполняется тождество

$$P(x)+P(1-x)=1.$$

(В. Сендеров)

4. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AH_A, BH_B и CH_C. Докажите, что треугольник с вершинами в точках пересечения высот треугольников AH_BH_C, BH_AH_C, CH_AH_B равен треугольнику $H_AH_BH_C$. (А. Акопян)

5. На двух клетках шахматной доски стоят чёрная и белая фишки. За один ход можно передвинуть любую из них на соседнюю по вертикали или горизонтали клетку (две фишки не могут стоять на одной клетке). Могут ли в результате таких ходов встретиться все возможные варианты расположения этих двух фишек, причём ровно по одному разу?

(А. Шаповалов)

6. В игре «Десант» две армии захватывают страну. Они ходят по очереди, каждым ходом занимая один из свободных городов. Первый свой город армия захватывает с воздуха, а каждым следующим ходом она может захватить любой город, соединённый дорогой с каким-нибудь уже занятым этой армией городом. Если таких городов нет, армия прекращает боевые действия (при этом, возможно, другая армия свои действия продолжает). Найдётся ли такая схема городов и дорог, что армия, ходящая второй, сможет захватить более половины всех городов, как бы ни действовала первая армия? (Число городов конечно, каждая дорога соединяет ровно два города.)

(П. Грозман, А. Шаповалов, Д. Шаповалов)

11 класс

1. Существуют ли три квадратных трёхчлена, такие что каждый из них имеет два различных действительных корня, а сумма любых двух трёхчленов не имеет действительных корней? (А. Канель)

2. Дана геометрическая прогрессия. Известно, что её первый, десятый и тридцатый члены являются натуральными числами. Верно ли, что её двадцатый член также является натуральным числом?

(Фольклор)

3. В треугольнике ABC точка I — центр вписанной окружности, I' — центр окружности, касающейся стороны AB и продолжений сторон CB и CA; L и L' — точки, в которых сторона AB касается этих окружностей. Докажите, что прямые IL', $I'L$ и высота CH треугольника ABC пересекаются в одной точке.

(А. Заславский)

4. Докажите, что не существует многочлена степени не ниже двух с целыми неотрицательными коэффициентами, значение которого при любом простом p является простым числом. (А. Канель)

5. Докажите, что в пространстве существует расположение 2001 выпуклого многогранника, такое что никакие три из многогранников не имеют общих точек, а любые два касаются друг друга (т. е. имеют хотя бы одну граничную точку, но не имеют общих внутренних точек).

(А. Канель)

6. По кругу расставлено несколько коробочек. В каждой из них может лежать один или несколько шариков (или она может быть пустой). За один ход разрешается взять все шарики из любой коробочки и разложить их, двигаясь по часовой стрелке, начиная со следующей коробочки, кладя в каждую коробочку по одному шарику.

а) Докажите, что если на каждом следующем ходе шарики берут из той коробочки, в которую попал последний шарик на предыдущем ходе, то в какой-то момент повторится начальное размещение шариков.

б) Докажите, что за несколько ходов из любого начального размещения шариков по коробочкам можно получить любое другое.

(В. Гуровиц)

Решения

6 класс

1. Ответ: $AX = 29$, $УX = 69$ или, наоборот, $AX = 69$, $УX = 29$. Поскольку $2001 = 3 \cdot 23 \cdot 29$, число 2001 можно представить в виде произведения двузначных чисел лишь следующими способами: $69 \cdot 29$ или $23 \cdot 87$.

2. Ответ: оптовая цена ручки — 2 рубля 50 копеек. Если оптовая цена ручки — x рублей, то $5 - x = 10 - 3x$, откуда $x = 2{,}5$.

3. Ответ: 20 пакетиков.

Первое решение. Поскольку Инна выпила на 17 чашек чая больше Наташи, значит, хотя бы из 17 пакетиков она приготовила по три чашки чая. Оставшиеся $7 = 58 - 17 \cdot 3$ чашек можно было получить только одним способом: 2 пакетика на 2 чашки каждый и 1 пакетик на 3 чашки. Значит, в коробке было $17 + 3 = 20$ пакетиков. При этом Наташа из 19 пакетиков приготовила по 2 чашки, а из двадцатого — 3 чашки чая.

Второе решение. Заметим, что пакетиков не могло быть больше 20: если бы в пачке был хотя бы 21 пакетик, Наташа не смогла бы выпить меньше $2 \cdot 21 = 42$ чашек чая. Но пакетиков не могло быть и меньше 20, иначе Инна выпила бы не больше $3 \cdot 19 = 57$ чашек. Значит, в каждой пачке могло быть только 20 пакетиков. Инна использовала по 3 раза 18 пакетиков, а Наташа — только 1.

4. Если рядом стоят числа a и b, то следующим стоит число b/a, за ним $1/a$, потом $1/b$, наконец, a/b. Эти шесть чисел удовлетворяют условию задачи. Конечно, при неудачном выборе чисел a и b какие-то из указанных чисел совпадут, но нас это не остановит: для решения задачи достаточно предъявить один пример. Например, взять $a = 2$, $b = 3$.

5. Ответ: в Хемуля, Вифслу и Тофслу попали по одному разу. Если в Вифслу, Тофслу и Хемуля попали x, y и z снежков соответственно, то всего было брошено $13 + x + y + z$ снежков (поскольку 13 снежков не достигли цели). С другой стороны, Вифсла бросил $6x$, Хемуль — $5y$, а Тофсла — $(4z + 1)$ снежков (вместе с первым снежком). Получаем уравнение

$$6x + 5y + 4z + 1 = 13 + x + y + z,$$

откуда $5x + 4y + 3z = 12$. Так как x, y, z — целые неотрицательные числа, x может быть равен 0, 1 или 2, y — 0, 1, 2 или 3, z — 0, 1, 2, 3 или 4. Перебором находим решения $(1,1,1)$, $(0,3,0)$ и $(0,0,4)$. Но, поскольку в самого себя кидать снежки нельзя, то среди чисел x, y, z не может быть двух нулей. Поэтому возможен только первый случай.

6. Ответ приведён на рис. 4.

1			20			13	
	2		21		12		
		3	22	11			
14	15	16	4	17	18	19	27
		10	23	5			
	9		24		6		
8			25			7	
			26				28

Рис. 4

7 класс

1. Ответ: конечно, это опечатка. Любая степень числа, оканчивающегося цифрой 1, тоже оканчивается цифрой 1. Поэтому разность $23021^{377}-1$ оканчивается на 0 и, следовательно, не является простым числом.

На самом деле наибольшим известным сегодня простым числом является число $2^{3021377}-1$. Простые числа вида 2^n-1 называют числами Мерсенна (по имени математика XVII века М. Мерсенна, который их исследовал). Можно доказать, что при составном n число 2^n-1 составное. Поэтому числа Мерсенна соответствуют простым n. Например, $2^2-1=3$, $2^5-1=31$, $2^7-1=127$ — простые числа. Однако нельзя утверждать, что каждому простому числу p соответствует простое число 2^p-1. Например, $2^{11}-1$ — составное число. Поиском чисел Мерсенна занимались многие выдающиеся математики, например, Эйлер доказал, что число $2^{31}-1$ простое. Конечно или бесконечно множество чисел Мерсенна — вопрос, на который пока нет ответа.

2. Ответ: да, могло, если он один раз попал и три раза промахнулся. Решение проще всего найти, если разложить 8019 на множители: $8019=9^3\cdot 11$. После удачного выстрела количество денег умножается на $1,1$, а после неудачного — на $0,9$, и

$$100\cdot 1,1\cdot (0,9)^3=80,19.$$

3. Ответ: да, могло. Например, если в исходном проекте было 5 подъездов, 4 этажа и на каждом этаже по одной квартире: $5 \cdot 4 = 20$, $3 \cdot 7 = 21$, $1 \cdot 10 = 10$.

4. Ответ приведён на рис. 5.

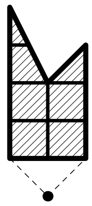

Рис. 5

5. Пример приведён на рис. 7.

Будем рассуждать, используя шахматную доску.

Заметим, что белые клетки граничат по стороне только с чёрными и наоборот. Поэтому сначала отметим несколько белых клеток, так чтобы у каждой чёрной клетки был ровно один отмеченный сосед (рис. 6). Затем отметим несколько чёрных клеток, так чтобы и у каждой белой клетки появился отмеченный сосед (рис. 7), при этом у чёрных клеток новых отмеченных соседей не появится.

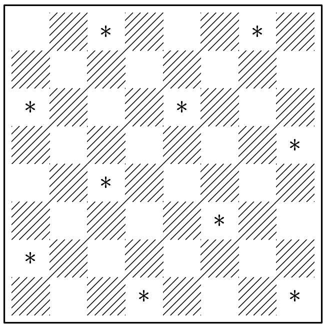
Рис. 6

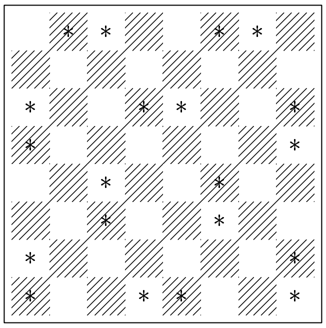
Рис. 7

8 класс

1. Ответ: клетка, расположенная в строке 51 и столбце 50. Сначала будет закрашен наружный слой клеток, после чего останется прямоугольник 98×198 клеток. Этот прямоугольник также будет закрашиваться по спирали; после покраски его наружного слоя останется прямоугольник 96×196 клеток и так далее. После окраски 49 слоёв незакрашенным останется прямоугольник 2×102, расположенный в строках 50–51 и столбцах 50–151. Последней будет закрашена нижняя левая клетка этого прямоугольника.

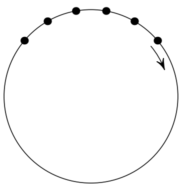
Рис. 8

2. Ответ: да. Можно, например, ставить точки на окружности через равные достаточно малые интервалы (как на рис. 8, только меньшие).

3. О т в е т: 25. Напишем слова в столбик:

```
ЗАНОЗА
ЗИПУНЫ
КАЗИНО
КЕФАЛЬ
ОТМЕЛЬ
ШЕЛЕСТ
```

После всех замен буквы в каждой колонке должны стать одинаковыми. Число замен будет наименьшим, если в каждой колонке сохранить наиболее частую букву (любую из них, если таких букв несколько). Например, в первой колонке можно оставить буквы З или К, они обе требуют четырёх замен. Минимальное число замен равно $4+4+5+4+4+$ $+4=25$.

Среди слов, которые могут получиться в результате, есть осмысленные, например ЗЕЛЕНЬ, КАПЕЛЬ или КАФЕЛЬ.

4. Напомним, что в прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине и, наоборот, если медиана равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный.

Медиана ML прямоугольного треугольника AMC равна половинам гипотенузы AL и LC, а также отрезкам KL и KM, так как стороны треугольника KLM равны (рис. 9). В треугольнике AKC медиана KL равна половине стороны AC, поэтому угол AKC прямой и в треугольнике ABC биссектриса AK является высотой. Следовательно, треугольник ABC равнобедренный ($AB=$ $=BC$) и AK является также медианой: $BK=KC$. Значит, MK — медиана прямоугольного треугольника BMC, поэтому $BC=2MK=2KL=AC$. Итак, $AB=BC=$ $=AC$, что и требовалось доказать.

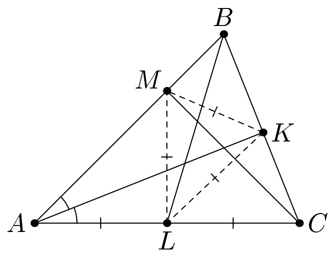

Рис. 9

5, 6. Расположим двузначные числа в клетках прямоугольника высоты 9 и ширины 10 (по горизонтали откладываем единицы, по вертикали — десятки).

Каждой попытке Гриши соответствует крестик из пяти клеток (рис. 10): в центре названное им число, а по бокам четыре числа, отличающиеся в одной цифре на единицу (если названное число содержит цифру 0 или 9, некоторые клетки крестика выходят за края прямоугольника; таким клеткам никакие числа не соответствуют). Задача Гриши — покрыть прямоугольник 9×10 такими крестиками. Убедимся, что 22 крестиков ему хватит, а 18 крестиков — нет.

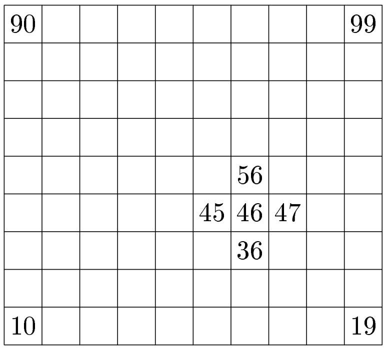

Рис. 10

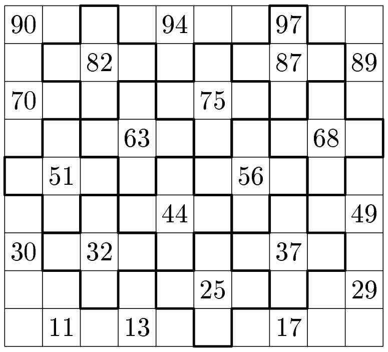

Рис. 11

Покрытие из 22 крестиков легко найти, если заметить, что крестиками можно выложить плоскость без перекрытий (правда, придётся ещё добавить несколько крестиков по краям прямоугольника). Например, Гриша может назвать числа 11, 13, 17, 25, 29, 30, 32, 37, 44, 49, 51, 56, 63, 68, 70, 75, 82, 87, 89, 90, 94, 97 (рис. 11).

В задаче 6 суммарная площадь крестиков равна $18\times5=90$, т. е. равна площади прямоугольника. Но, покрывая угловую клетку, мы неизбежно выйдем за пределы прямоугольника, и эта потеря помешает покрыть весь прямоугольник.

9 класс

1. О т в е т: да, можно. Расставим их на одной прямой так, чтобы расстояние между первым и вторым футболистами было 2 м, между вторым и третьим — 3 м, между третьим и четвертым — 1 м (футболисты назывались в порядке их расположения на прямой).

2. О т в е т: да, может. Допустим, что в каждом регионе все получают одинаковую зарплату и есть регион, в котором живут те самые 10% работников, которые получают 90% всей зарплаты.

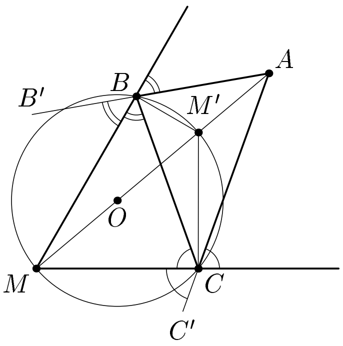

Рис. 12

3. Перпендикуляры к сторонам угла, восставленные в точках B и C, пересекаются в точке M', диаметрально противоположной M. Из равенства углов падения и отражения следует, что M' — точка пересечения биссектрис треугольника ABC. С другой стороны, точка M лежит на пересечении биссектрис углов $B'BC$ и BCC' (рис. 12), следовательно, равноудалена от прямых AB и AC. Поэтому M также лежит на биссектрисе угла BAC. Значит, весь диаметр MM', включая точку O, лежит на биссектрисе AM угла BAC.

4. Ответ: нет, нельзя. Заметим, что если в некоторый момент количество камней в каждой кучке делится на нечётное число a, то и во всех получаемых разрешёнными действиями кучках количество камней будет делиться на a. После первого хода можно получить три варианта размещения камней: кучки из 100 камней и 5 камней (общий делитель 5), из 56 камней и 49 камней (общий делитель 7), из 51 камня и 54 камней (общий делитель 3).

5. Ответ: такое число существует для любого k: $N_k = 9k\cdot(10^k-1)$. Пусть $9k=\overline{s_1\ldots s_t 0\ldots 0}$ ($s_t\neq 0$, нулей на конце может и не быть). Проверим, что сумма цифр числа N_k равна $9k$. Запишем разность чисел $9k\cdot 10^k$ и $9k$, учитывая, что $9k<10^k$ при любом k:

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{cccccccc} s_1\, s_2\ldots s_{t-1} & s_t & 0\ldots 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0\ldots 0 \\ & & & s_1 & \ldots & s_{t-1} & s_t & 0\ldots 0 \end{array} \\ \hline s_1\, s_2\ldots s_{t-1}\,(s_t-1)\,9\ldots 9\,(9-s_1)\ldots(9-s_{t-1})\,(10-s_t)\,0\ldots 0 \end{array}$$

В нижней строчке записано число N_k. Легко видеть, что сумма его цифр равна

$$s_1+\ldots+s_t-1+\underbrace{9+\ldots+9+(9}_{k\text{ штук}}+1)-s_1-\ldots-s_t=9k.$$

6. Ответ: а), б) нет, не могут. Обозначим сумму очков, набранных участником A, через S_A, а его коэффициент силы — через F_A. Рассмотрим сумму $\sum_A S_A F_A$. Если подставить в неё определение F_A и раскрыть скобки, то получится сумма чисел вида $\pm S_A S_B$, где шахматисты A и B сыграли не вничью. Каждое из таких слагаемых входит один раз со знаком «+» и один раз со знаком «−». Поэтому вся сумма равна 0. Значит, знаки коэффициентов силы у всех участников не могут быть одинаковыми.

10 класс

1. О т в е т: да, существуют. Например, таковыми являются многочлены x^2, $(x-1)^2$ и $(x-2)^2$. Сумма любых двух из них больше нуля при любом x.

2. О т в е т: да, можно. На рис. 13 показан пример расположения восьми часовых, удовлетворяющий условию. Кружочками обозначены часовые, каждая из стрелок указывает направление, в котором смотрит часовой.

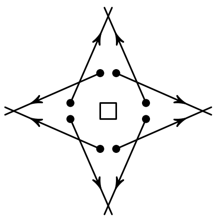

Рис. 13

3. Например, $P(x)=2^{2000}(x-\frac{1}{2})^{2001}+\frac{1}{2}$. График этой функции (рис. 14) получается из графика нечётной функции $y=x^{2001}$ сдвигом вправо на $\frac{1}{2}$, растяжением и сдвигом вверх на $\frac{1}{2}$ и поэтому имеет центр симметрии $M\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$. Теперь легко понять, что $P(1-x)=1-P(x)$.

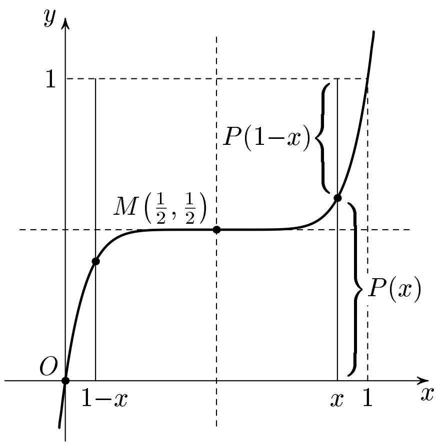

Рис. 14

4. Пусть H_1, H_2, H_3 — ортоцентры (точки пересечения высот) треугольников AH_BH_C, BH_AH_C, CH_AH_B соответственно, H — ортоцентр треугольника ABC, M_1, M_2, M_3 — середины H_BH_C, H_CH_A и H_AH_B. Покажем, что точка H_i симметрична точке H относительно M_i $(i=1,\ 2,\ 3)$. Рассмотрим, например, точку H_2. Поскольку $H_CH_2\perp BC$ и $AH\perp BC$, отрезки H_CH_2 и HH_A параллельны (рис. 15). Аналогично, $H_AH_2\parallel HH_C$. Значит, $H_CH_2H_AH$ — параллелограмм и точка H_2 симметрична H относительно середины стороны H_AH_C. Такие же рассуждения справедливы для точек H_1 и H_3.

Получаем конфигурацию, показанную на рис. 16. Так как M_1M_2 — общая средняя линия треугольников $H_AH_BH_C$ и H_1H_2H, отрезки H_AH_B и H_1H_2 равны. Аналогично доказываются равенства $H_BH_C=H_2H_3$ и $H_AH_C=H_1H_3$. Следовательно, треугольники $H_1H_2H_3$ и $H_AH_BH_C$ равны.

5. О т в е т: не могут. Назовём расположение фишек одноцветным, если фишки стоят на клетках одного цвета, разноцветным — если на клетках разного цвета. Заметим, что при перемещениях фишек одно-

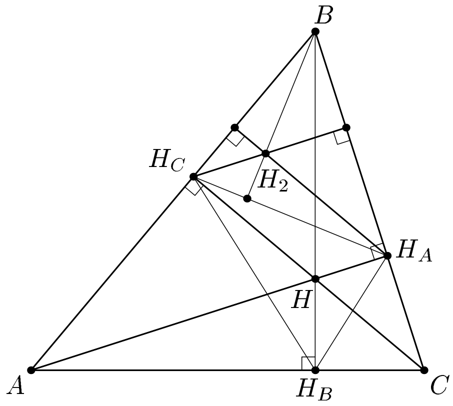

Рис. 15

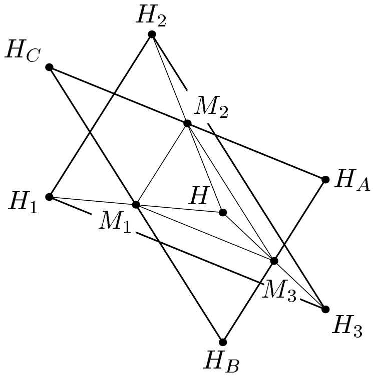

Рис. 16

цветные и разноцветные расположения чередуются, значит, их должно быть поровну. Однако общее количество разноцветных расположений равно $2\cdot 32^2$, а одноцветных — $2\cdot 32\cdot 31$, поскольку две фишки не могут стоять на одной клетке. Значит, все возможные расположения встретиться не могут.

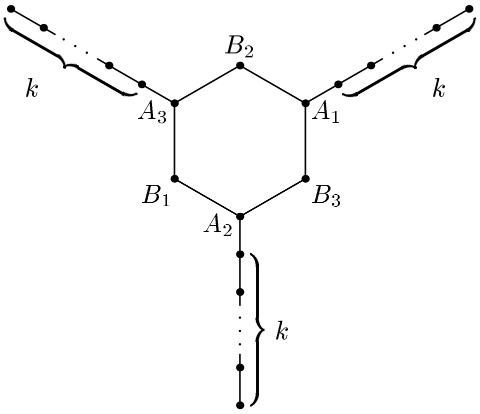

Рис. 17

6. Ответ: да, найдётся. Рассмотрим страну, карта которой изображена на рисунке 17 (точки — города, отрезки — дороги). Покажем, что второй армии всегда удастся захватить хотя бы две точки A_i. Действительно, если первая армия первым ходом занимает точку на «ветке» из k точек, вторая армия должна занять соответствующую этой «ветке» точку A_i; если первая занимает A_i, то вторая — B_i; если первая выбирает точку B_i, то вторая — одну из точек A_j, соединённую отрезком с B_i. Дальнейшие действия очевидны.

Так как после прекращения боевых действий вторая армия занимает хотя бы две точки A_i, первая занимает не более $k+3$ точек. Поэтому доля городов, захваченных второй армией, не менее $\frac{2k+3}{3k+6}$. Уже при $k=1$ это число больше $\frac{1}{2}$. Заметим, что в условии задачи вместо $\frac{1}{2}$ можно взять любое число $\alpha < \frac{2}{3}$: при достаточно больших k $\frac{2k+3}{3k+6} > \alpha$.

11 класс

1. Ответ: да, существуют. Например, таковыми являются многочлены $(x-10)^2-1$, x^2-1 и $(x+10)^2-1$.

2. Ответ: да, верно. Пусть $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ — данная геометрическая прогрессия, q — её знаменатель. По условию a_1, $a_{10} = a_1q^9$ и $a_{30} = a_1q^{29}$ — натуральные числа. Поэтому q^9 и q^{29} — положительные рациональные числа. Отсюда следует, что $q^2 = q^{29}/(q^9)^3$ — положительное рациональное число и $q = q^9/(q^2)^4$ также положительное рациональное число.

Пусть $q = \frac{m}{n}$, где m и n — натуральные взаимно простые числа. Число $a_{30} = \frac{a_1m^{29}}{n^{29}}$ натуральное, m^{29} и n^{29} взаимно просты, следовательно, a_1 делится на n^{29}. Отсюда получаем, что $a_{20} = a_1q^{19} = \frac{a_1m^{19}}{n^{19}}$ — число натуральное.

3. Обозначим через M точку вписанной окружности, диаметрально противоположную точке L, через M' — точку вневписанной окружности, диаметрально противоположную точке L' (рис. 18). Таким образом, ML и $M'L'$ — диаметры, соответственно, вписанной и вневписанной окружностей, они параллельны высоте CH треугольника ABC. Вписанная окружность переходит во вневписанную при гомотетии с центром в точке C. При этой гомотетии диаметр ML переходит в параллельный ему диаметр, т. е. $M'L'$. Поэтому точки C, M, L' лежат на одной прямой, а также точки C, M', L лежат на одной прямой. Отсюда следует, что треугольники $L'LM$ и $L'HC$ совмещаются гомотетией с центром в точке L'. Поскольку $L'I$ — медиана треугольника $L'LM$, прямая $L'I$ пересекает отрезок CH в его середине. Далее, треугольники $LL'M'$ и LHC совмещаются гомотетией с центром в точке L. Поскольку LI' является медианой в треугольнике $LL'M'$, прямая LI' также пересекает отрезок CH в его середине, откуда следует утверждение задачи.

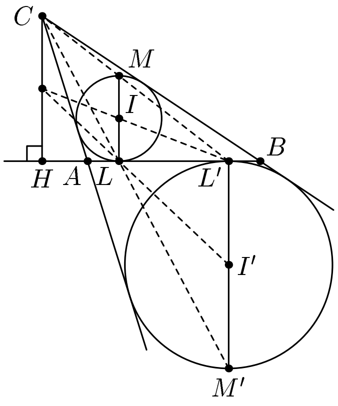

Рис. 18

4. Предположим, что такой многочлен $Q(x)$ существует. Пусть $Q(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$, где a_0, a_1, …, a_n — целые неотрицательные числа, $a_n \neq 0$, $n \geq 2$.

Если $a_0 = 0$, то $Q(x) = x(a_n x^{n-1} + a_{n-1}x^{n-2} + \ldots + a_1)$, следовательно, при простом p число $Q(p)$ делится на p и больше p (здесь используется то, что степень Q не меньше 2), поэтому $Q(p)$ — число составное. Допустим, $a_0 \geq 2$. Обозначим через p некоторый простой делитель a_0. Тогда $Q(p) = (a_n p^{n-1} + a_{n-1}p^{n-2} + \ldots + a_1)p + a_0$ делится на p и больше p, значит, $Q(p)$ — число составное. Таким образом, имеется единственная возможность: $a_0 = 1$.

Если для любого простого p число $Q(p)$ простое, то и число $Q(Q(p))$ является простым при любом простом p. Значит, свободный член многочлена $Q(Q(x))$ должен равняться 1. Однако, поскольку $Q(0) = a_0 = 1$, $Q(Q(0)) = Q(1) = a_n + a_{n-1} + \ldots + a_1 + 1 > 1$. Мы получили противоречие, завершающее доказательство.

5. Положим $N = 2001$ и опишем построение расположения N выпуклых многогранников, из которых никакие три не пересекаются и любые два касаются.

Рассмотрим бесконечный круговой конус, вершина O которого находится в начале координат, а ось направлена вдоль оси Oz. На окружности, являющейся сечением конуса плоскостью $z = 1$, возьмём точки A_1, A_2, …, A_N — вершины правильного N-угольника. Обозначим через B_1, B_2, …, B_N середины меньших дуг A_1A_2, A_2A_3, …, A_NA_1 соответственно. Через $C(t)$ обозначим круг, являющийся сечением конуса плоскостью $z = t$, через O^t — центр этого круга, через A_i^t, B_i^t — точки пересечения образующих OA_i, OB_i с кругом $C(t)$, где $t > 0$, $1 \leq i \leq N$.

Докажем вспомогательное утверждение.

Лемма. Пусть выпуклый многоугольник M лежит внутри круга $C(t_0)$, $t_0 > 0$. Рассмотрим бесконечную вверх «призму» P, основанием которой служит многоугольник M, а боковое «ребро» параллельно прямой OB_i для некоторого i. Многоугольник (равный M), который получается при пересечении призмы P и круга $C(t)$, обозначим $M(t)$ (таким образом, $M(t_0)$ совпадает с M). Тогда найдётся такое положительное $T > t_0$, что при всех $t > T$ многоугольник $M(t)$ будет содержаться внутри сегмента $S_i(t) = A_i^t B_i^t A_{i+1}^t$ круга $C(t)$.

Доказательство. Многоугольник $M(t)$ является образом M при параллельном переносе на вектор, параллельный образующей OB_i. Поэтому многоугольник $M(t)$ содержится внутри круга, равного кругу $C(t_0)$, который касается круга $C(t)$ в точке B_i^t. Расстояние от точки B_i^t до прямой $A_i^t A_{i+1}^t$ прямо пропорционально длине образующей

OB_i^t; следовательно, найдется такое T, что при всех $t>T$ это расстояние больше диаметра окружности $C(t_0)$ (рис. 19). Это и означает, что многоугольник $M(t)$ попадает внутрь сегмента $S_i(t)$ круга $C(t)$. Лемма доказана.

Переходим к индуктивному построению нашего расположения. Выберем $t_1>0$. Возьмём выпуклый многоугольник M_1 внутри круга $C(t_1)$. Рассмотрим бесконечную вверх «призму» P_1, основанием которой служит многоугольник M_1, а боковое «ребро» параллельно прямой OB_1.

Пусть для некоторого n $(1<n<N)$ уже определены положительные числа $t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}$, $t_1<t_2<\ldots<t_{n-1}$, выпуклые многоугольники $M_1, \ldots, M_{n-1}$, лежащие внутри кругов $C(t_1)$, $C(t_2)$, $\ldots$, $C(t_{n-1})$, бесконечные «призмы» P_1, P_2, $\ldots$, P_{n-1} с основаниями M_1, M_2, $\ldots$, M_{n-1} и боковыми «рёбрами», параллельными $OB_1, OB_2, \ldots, OB_{n-1}$ соответственно. Согласно лемме, существует число $t_n>t_{n-1}$, такое что многоугольник $M_1(t_n)$ содержится внутри сегмента $S_1(t_n)$ круга $C(t_n)$, многоугольник $M_2(t_n)$ содержится внутри сегмента $S_2(t_n)$ круга $C(t_n)$, $\ldots$, многоугольник $M_{n-1}(t_n)$ содержится внутри сегмента $S_{n-1}(t_n)$ круга $C(t_n)$. Сдвигаем каждую из прямых $A_i^{t_n}A_{i+1}^{t_n}$ $(1\le i\le n-1)$ в направлении вектора $O^{t_n}B_i^{t_n}$, пока она не совпадёт с прямой $l_i(t_n)$, касающейся многоугольника $M_i(t_n)$. Теперь построим выпуклый многоугольник M_n, который содержится в круге $C(t_n)$, касается каждого многоугольника $M_i(t_n)$ и лежит по разные с ним стороны от прямой $l_i(t_n)$: возьмём для каждого i одну из точек касания многоугольника $M_i(t_n)$ и прямой $l_i(t_n)$; при $n>3$ эти точки являются вершинами выпуклого $(n-1)$-угольника, который и можно выбрать в качестве M_n; при $n=2$, 3 надо добавить ещё несколько точек). Рассмотрим бесконечную вверх «призму» P_n, основанием которой является многоугольник M_n, а боковое «ребро» параллельно прямой OB_n. Построение будет закончено, когда мы получим призмы P_1, P_2, $\ldots$, P_N. Наконец, «срежем» призмы плоско-

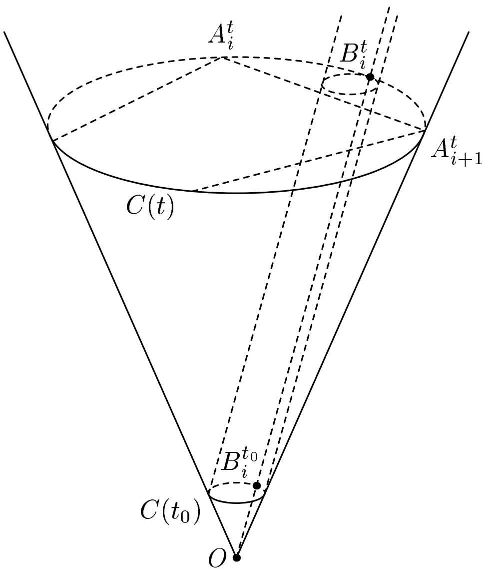

Рис. 19

стью $z=T$, где $T>t_N$.

Докажем, что полученные (обычные) призмы удовлетворяют условию задачи. Для этого достаточно показать, что призма P_n пересекается с призмой P_i, $i<n$, только в плоскости круга $C(t_n)$. Пусть, напротив, найдётся общая точка $R\in C(t)$ двух призм, где $t>t_n$. Через точку R проведём прямые, параллельные OB_n и OB_i; обозначим их точки пересечения с плоскостью круга $C(t_n)$ через R_n и R_i соответственно. Тогда точка R_n должна принадлежать многоугольнику $M_n(t_n)$, а точка R_i должна принадлежать многоугольнику $M_i(t_n)$. Ясно, что (ненулевые) векторы $\overrightarrow{R_iR_n}$ и $\overrightarrow{B_i^{t_n}B_n^{t_n}}$ противоположно направлены. Однако это невозможно, поскольку точки R_i и $B_i^{t_n}$ лежат по одну сторону от прямой $l_i(t_n)$, а точки R_n и $B_n^{t_n}$ — по другую. Противоречие завершает доказательство.

6. а) Текущее состояние описанной в задаче системы определяется количеством шариков в каждой коробочке и указанием коробочки, с которой нужно начинать раскладывать шарики в следующий раз. Поэтому возможных состояний системы конечное число. Из каждого состояния можно, раскладывая шарики, перейти в другое состояние системы, которое определено однозначно. Наоборот, зная состояние системы в настоящий момент, можно однозначно определить состояние системы перед последним раскладыванием шариков. Действительно, последнее раскладывание должно было закончиться на выделенной коробочке; поэтому, чтобы восстановить предыдущее состояние, нужно взять один шарик из выделенной коробочки и далее, идя п р о т и в часовой стрелки, брать по шарику из каждой коробочки, пока это возможно. Когда же мы встретим пустую коробочку, мы положим в неё все собранные шарики и объявим её отмеченной. (Фактически мы дали описание операции, обратной к ходу, описанному в условии задачи.) Если обозначить состояния системы точками, а возможность перехода из одного состояния в другое — стрелкой, соединяющей соответствующие точки (т. е. построить граф состояний системы), то из каждой точки будет выходить ровно одна стрелка и в каждую точку будет входить ровно одна стрелка. Начнём двигаться по стрелкам, начиная с заданного состояния A_1. Получаем последовательность состояний A_2, $A_3\ldots$ Поскольку число состояний конечно, в некоторый момент в последовательности $\{A_i\}$ возникнет повторение. Пусть, например, $A_k=A_n$, где $k<n$. Поскольку в точку A_k входит ровно одна стрелка, из равенства $A_k=A_n$ следует $A_{k-1}=A_{n-1}$, $\ldots$, $A_1=$ $=A_{n-k+1}$. Тем самым, через $n-k$ ходов мы вернулись в состояние A_1.

б) В отличие от задачи а) теперь состояние системы определяется лишь тем, как разложены шарики по коробочкам. В каждый момент возможно несколько ходов, а именно столько, сколько в данный момент имеется непустых коробочек. Очевидно, имеется столько же возможностей выполнить обратную операцию, описанную в решении пункта а). В терминах графа состояний системы это означает, что из каждой точки выходит столько же стрелок, сколько в неё входит.

Докажем два вспомогательных утверждения.

1) При любом начальном состоянии можно добиться того, чтобы все шарики оказались в одной наперёд заданной коробочке M.

В самом деле, если при каждой операции брать шарики из непустой коробочки, ближайшей к M при движении против часовой стрелки, то либо число шариков в M увеличится, либо ближайшая к M непустая коробочка станет ещё ближе, что не может продолжаться бесконечно. Утверждение доказано.

Обозначим через K состояние, при котором все шарики собраны в коробочке M, и через B некоторое произвольное состояние.

2) Из B можно пройти в K, двигаясь по стрелкам против их направления (по обратным стрелкам).

Действительно, согласно предыдущему утверждению, найдётся такая последовательность (различных) состояний $B=A_1$, A_2, $\ldots$, $A_n=K$, что точки A_1, A_2, $\ldots$, A_n последовательно соединены стрелками. Будем двигаться по обратным стрелкам из A_n в A_{n-1}, из A_{n-1} в A_{n-2}, $\ldots$, из A_2 в A_1 и далее из A_1, пока это возможно, выбирая на каждом шаге обратную стрелку, по которой мы ещё не проходили. Остановиться мы можем только в K. В самом деле, предположим, что при движении мы стираем стрелки. Сначала в каждую точку входило столько же стрелок, сколько выходило из неё. При стирании стрелок в каждый момент времени в каждую точку, за исключением начальной точки K, входит не меньше стрелок, чем выходит. Следовательно, если мы вошли в некоторую точку (кроме K) по обратной стрелке, то мы сможем и выйти из неё. Отсюда следует, что из B можно пройти в K по обратным стрелкам, т. е. из K можно пройти в B по обычным стрелкам.

Теперь нетрудно завершить доказательство. Пусть имеются два произвольных состояния A и B. Чтобы пройти, двигаясь по стрелкам, из A в B, можно вначале пройти из A в K, а затем из K в B. Как мы доказали, и то и другое возможно.

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ

Механико-математический факультет (мехмат) является ведущим учебно-научным центром в области математики и механики. На факультете действуют научные школы, возглавляемые учёными самого высокого класса (только среди заведующих кафедрами 12 академиков и 3 члена-корреспондента РАН). Выпускники нашего факультета трудятся во всех крупных учебных заведениях и научно-исследовательских центрах, не обязательно непосредственно связанных с математикой и механикой.

Механико-математический факультет имеет два отделения: математики и механики. Конкурс на отделения математики и механики раздельный. На I и II курсах обучение происходит по общей программе для всех студентов. На III курсе студенты разделяются по кафедрам. Каждый студент выбирает научного руководителя, который руководит его первыми научными исследованиями.

Распространено мнение, что поступить на мехмат могут только вундеркинды. Это ни в коей мере не соответствует действительности. Никаких требований, выходящих за рамки программы средней школы, к поступающим на экзаменах не предъявляется. Конечно, это не означает, что все задачи решаются без особых усилий. Их решение требует хорошего владения школьным материалом.

Наш факультет известен своим дружелюбным отношением к студентам. Любой первокурсник может обратиться с вопросом — даже наивным — к любому академику и получит исчерпывающий ответ. На мехмате учат не столько рецептам решения конкретных задач, сколько думать самостоятельно, а также извлекать знания из разных источников. Именно это позволяет быстро включиться в любой новый вид деятельности, например, в компьютерной или финансовой сфере, в области политики или управления производством.

Краткая информация о мероприятиях 2001 г.

Олимпиада МГУ по математике для **8 - 10 кл.** состоится 22 апреля в 11.00 в ГЗ МГУ. Результаты Олимпиады учитываются при наборе в математические классы при факультете и в СУНЦ МГУ им. А. Н. Колмогорова.

Олимпиады механико-математического ф-та для 11 классов:

I. 25 марта в 10.00 — письменный тур, 30 марта в 10.00 — устный тур.

II. 20 мая в 10.00 — письменный тур, 26 мая в 10.00 — устный тур.

На эти Олимпиады приглашаются все желающие. Прием заявлений (плюс две черно-белые матовые фотокарточки 3×4 и справка из школы)

на Олимпиаду в марте: для учащихся из Москвы и Московской области — во время предварительного **тестирования** 11 марта (см. ниже), для иногородних — 23 и 24 марта;

на Олимпиаду в мае: с 10 мая по рабочим дням с 13.00 до 16.00 в ауд. 12-08а ГЗ МГУ.

Результаты победителей этих Олимпиад предполагается засчитывать при поступлении на механико-математический факультет в качестве результатов вступительных экзаменов по математике. Кроме того, для победителей олимпиад в качестве результата вступительного экзамена по русскому языку и литературе предполагается засчитывать соответствующую оценку из документа о среднем образовании.

Тестирование по математике учащихся 11 классов из Москвы и Московской области (бесплатное) состоится 11 марта в 11.00 в ГЗ МГУ. С собой необходимо иметь паспорт, справку из школы, 2 черно-белые матовые фотокарточки 3×4, чистую тетрадь и исправную ручку. Предварительная регистрация на тестирование не производится.

Приём документов от поступающих на механико-математический факультет будет проводиться с 20 июня по 1 июля. Представляются следующие документы: аттестат о среднем образовании (в подлиннике), 6 фотокарточек 3×4 (черно-белые матовые), предъявляется паспорт. Желательно иметь при себе также медицинскую справку 086-У, выписку из трудовой книжки (для имеющих стаж работы), страховой полис обязательного медицинского страхования и документ об отношении к воинской обязанности.

Вступительные экзамены — со 2 июля по 15 июля. Перечень вступительных экзаменов в 2001 году: математика (письменно, 10 баллов), математика (устно, 10 баллов на отделении математики и 5 баллов на отделении механики), русский язык и литература (сочинение, 5 баллов). Используется система зачисления по неполному набору экзаменов для медалистов.

Справки по всем вопросам можно получить по телефону 939–37–39 по рабочим дням с 14.00 до 16.00, а также в Internet по адресу `http://mech.math.msu.su`.

Информация о наборе в некоторые московские школы и классы с углублённым изучением предметов на 2001/2002 учебный год.

Школа	Телефон	Адрес	Набираемые классы	Сроки
2	137–1769 137–6931	ул. Фотиевой, 18 (м. «Октябрьская»)	7 физико-математ. 7 био-химический 8 физико-математ.	апрель–май
7	131–8110	ул. Крупской, 17 (м. «Университет»)	8 математический добор в 10 матем.	апрель–май
18 СУНЦ МГУ	445–1108	ул. Кременчугская, 11 (м. «Кутузовская»)	10 физико-математ. 10 химический 11 физико-математ.	29.04.2001 13.05.2001
54	245–9972 245–5425	ул. Доватора, 5/9 (м. «Спортивная»)	9 математический	апрель–май
57	291–8572 291–5458	Мал. Знаменский пер., 7/10, стр. 5 (м. «Боровицкая»)	8 математический 9 математический 9 гуманитарный	апрель
91	290–3558	ул. Поварская, 14 (м. «Арбатская»)	9 математический	запись в марте
109	434–5106 434–5107	ул Бакулева, 20 (м. «Юго-Западная»)	9 физико-математ.	запись на экзамены с 1 марта
218	976–0320 976–4087	Дмитровское ш., 5а (м. «Дмитровская»)	8 математика и информатика 8 естеств.-научный (физ., хим., биол.) 8 гуманитарный 9 математический 9 языковой 10 языковой 10 биолого-физич.	запись на собесе- дования с 15 марта
520	123-63-50	ул. Винокурова, 19 (м. «Академическая»)	9 биологический	
1134	932–0000 932–0801	ул. Раменки, 15, к. 1. (м. «Проспект Вернадского»)	9 физико-математ. 9 филологический 9 естеств.-научный	07.04.2001
1543	433–1644 434–2644	ул. 26 Бакинских комиссаров, 3, к. 5 (м. «Юго-Западная»)	8 математический 8 гуманитарный 8 биологический	апрель

Московский центр
непрерывного математического образования

• учреждён Московским комитетом образования, префектурой Центрального административного округа Москвы, Отделением математики РАН, Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН, МГУ им. М. В. Ломоносова, Независимым московским университетом

• ставит своей целью сохранение и развитие традиций математического образования в Москве, организацию и поддержку различных форм внеклассной работы со школьниками (кружков, олимпиад, турниров, конференций и др.), методическую помощь руководителям кружков и преподавателям классов с углублённым изучением математики, поддержку программ в области преподавания математики в высшей школе и аспирантуре, научной деятельности

• является некоммерческой организацией и не ставит своей целью извлечение прибыли. Обучение школьников, студентов, аспирантов и преподавателей средней школы в рамках программ центра является бесплатным

• организует математические и физические кружки, конкурсы, олимпиады и турниры для школьников, участвует в организации классов с углублённым изучением математики. Здесь работают оргкомитеты Московской математической олимпиады, Математического праздника для 6–7 классов, многопредметного Турнира им. М. В. Ломоносова (эти мероприятия собирают в Москве по несколько тысяч участников), Международного математического Турнира городов

• осуществляет информационную поддержку большинства московских олимпиад. Полная оперативно обновляемая информация — на www-сервере МЦНМО по адресу `http://www.mccme.ru/olympiads`

• предоставляет бесплатный доступ к электронной почте учителям московских школ, активно участвует в проектах по подключению московских школ к сети Internet, образовательных Internet-проектах (сервер геометрических задач `http://www.mccme.ru/olympiads` и др.).

Адрес МЦНМО: 121002, Москва, Большой Власьевский пер., 11. Проезд: станция метро «Смоленская» Арбатско-Покровской линии; выйти на ул. Арбат, идти к центру, свернуть направо в Денежный пер., дойти до пер. Сивцев Вражек, повернуть налево, пройти до Б. Власьевского пер. и свернуть направо — всего около 5 минут. Тел. для справок: 241–05–00, 241–12–37. Адрес в Internet: `http://www.mccme.ru`
E-mail: `adm@mccme.ru`

МОСКОВСКИЙ ГОРОДСКОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Факультет готовит учителей математики и информатики.

Три кафедры: математического анализа и методики преподавания математики, алгебры и геометрии, информатики и прикладной математики — располагают преподавательскими кадрами высокой квалификации. Среди них доктор педагогических наук, профессор А. Г. Мордкович; кандидат физико-математических наук, доцент С. Л. Атанасян, первый проректор университета; доктор педагогических наук, профессор А. С. Лесневский; профессор Г. В. Дорофеев; М. В. Ткачёва и В. А. Ведерников — авторы учебных пособий для школ; известный алгебраист профессор С. В. Пчелинцев; профессор П. В. Семёнов.

Блок математических дисциплин, изучаемых студентами, состоит, прежде всего, из трёх фундаментальных многосеместровых курсов: математического анализа, алгебры и геометрии. Кроме того, изучаются элементарная математика, математическая логика, теория вероятностей, история математики и др.

Обучение по специальности «Информатика» включает изучение современных технологических программ, визуальных средств быстрой разработки приложений, наиболее распространённых программных средств для персональных компьютеров, методики преподавания информатики и интеграции информационных и коммуникативных технологий в образовании. Все студенты имеют доступ к ресурсам Internet.

Ежегодно в декабре проводится математическая **олимпиада для учащихся 11 классов;** победители олимпиады зачисляются на первый курс без вступительных экзаменов.

Приём документов на вечернее отделение проводится с 1 марта по 30 июня, на дневное отделение — с 1 марта по 15 июля. Документы для участия в конкурсе на места, финансируемые за счёт бюджета, принимаются только от абитуриентов, проживающих в Москве.

Вступительные экзамены проходят на вечернем отделении с 1 июля по 15 июля, на дневном — с 16 июля по 1 августа. Перечень вступительных экзаменов: математика (письменно, 10 баллов), математика (устно, 10 баллов), русский язык (диктант, зачтено/незачтено).

Наш адрес: Шереметьевская ул., д. 29. Телефон: 219-02-33.

СТАТИСТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

8 класс

	+	+.	±	+/2	∓	−.	−	0
1	179	34	165	2	42	17	446	41
2	37	28	57	9	70	136	387	202
3	434	56	76	18	121	24	112	85
4	39	2	2	32	7	0	540	304
5	24	0	1	0	82	0	387	432
6	48	17	23	85	56	54	180	463

10 класс

	+	+.	±	∓	−.	−	0
1	307	21	16	17	9	220	118
2	398	2	4	5	2	247	50
3	95	25	4	1	4	294	285
4	97	2	3	7	56	226	317
5	12	1	2	0	9	359	325
6	5	0	0	0	1	396	306

9 класс

	+	±	∓	−	0
1	304	0	0	312	95
2	52	11	14	248	386
3	27	2	16	222	444
4	64	14	6	539	88
5	6	12	144	287	262
6а	0	1	2	396	312
6б	0	0	0	397	314

11 класс

	+	+.	±	+/2	∓	−.	−	0
1	225	3	17	1	8	8	206	137
2	77	29	14	3	60	23	287	112
3	50	8	13	0	13	7	199	315
4	10	0	1	0	94	27	158	315
5	1	0	3	1	2	4	106	488
6а	18	2	0	0	4	7	71	503
6б	4	0	0	0	1	6	72	522