

## 5 класс

5.1. В каком году установлен памятник Юрию Долгорукому, если в записи этого числа последняя цифра на единицу меньше предыдущей и при зачеркивании первой и последней цифры получается наибольшее двузначное число с суммой цифр 14? (Достаточно привести только ответ).

**Ответ:** в 1954 году.

- + *приведен верный ответ*
- *приведен неверный ответ*

5.2. Квадратный лист размером  $6 \times 6$  клеток сложили и вырезали из него часть так, как показано на рисунке. Затем этот лист развернули. Нарисуйте развернутый лист размером  $6 \times 6$  клеток и покажите на рисунке сделанные вырезы.

**Ответ:** см. рис. 5.2 (с точностью до поворота).

- + *приведен верный ответ*
- ± *нарушен размер квадрата, но с учетом другого размера вырезы показаны верно*
- ∓ *верно показано расположение только одного выреза*

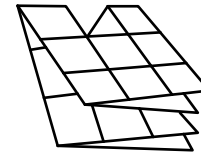


Рис. 5.1

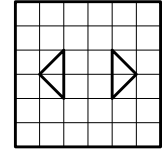


Рис. 5.2

5.3. Длина крокодила от головы до хвоста в три раза меньше десяти кэн, а от хвоста до головы равна трем кэн и двум сяку. Известно, что одна сяку равна тридцати сантиметрам. Найдите длину крокодила в метрах. (Кэн и сяку — японские единицы длины.)

**Ответ:** 6 м.

По условию, длина крокодила равна 3 кэн и два сяку или треть от десяти кэн. Значит, 10 кэн равны 9 кэн и 6 сяку. Следовательно, 1 кэн = 6 сяку = 180 см. Длина крокодила: 3 кэн 2 сяку = 600 см = 6 м.

- + *приведены верное решение и верный ответ*
- ± *верно получена связь между кэн и сяку и верно выражен кэн в сантиметрах, но ответ задачи в метрах получен неверно*
- ± *получен верный ответ, но он выражен в сантиметрах*
- ∓ *приведен только верный ответ*

5.4. Двенадцать малышей вышли во двор играть в песочнице. Каждый, кто принес ведро, принес и совочек. Забыли дома ведро девять малышей, забыли дома совочек двое. На сколько меньше малышей, которые принесли ведро, чем тех, которые принесли совочек, но забыли ведро? Ответ обоснуйте.

**Ответ:** на 4 малыша.

Возможны следующие рассуждения:

- 1)  $12 - 9 = 3$  (малыша) принесли ведро, а значит и совочек.
- 2)  $12 - 2 = 10$  (малышей) принесли совочек.
- 3)  $10 - 3 = 7$  (малышей) принесли совочек без ведерка.
- 4)  $7 - 3 = 4$  (малыша) — на столько меньше малышей, которые принесли ведро, чем тех, которые принесли совочек, но забыли ведро.

Возможно также оформить решение, составив числовое выражение или используя диаграмму, например, см. рис. 5.4.

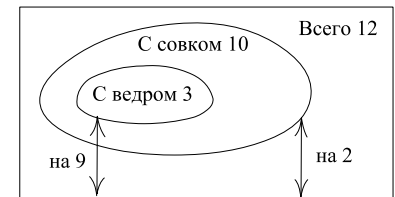


Рис. 5.4

- + *приведены верное решение (словесное, с помощью числового выражения или диаграммы) и верный ответ*
- ± *ответ не получен, при этом верно найдено количество малышей, которые принесли совочек, но забыли ведро*
- ∓ *приведен только верный ответ*

5.5. Мальвина испекла 30 пирожков и угощает ими Пьеро, Буратино, Артемона и Арлекина. Через некоторое время оказалось, что Буратино и Пьеро съели столько же, сколько Артемон и Арлекин, а Пьеро и Артемон — в 6 раз больше, чем Буратино и Арлекин. Какое количество пирожков съел каждый, если Арлекин съел меньше всех остальных? (Все съедали пирожки целиком, и каждый съел хотя бы один пирожок.)

**Ответ:** Арлекин съел 1 пирожок, Буратино — 3 пирожка, Пьеро — 11 пирожков, Артемон — 13 пирожков.

- 1) Так как Буратино и Пьеро съели столько же, сколько Артемон и Арлекин, то общее количество съеденных пирожков должно быть четным.
- 2) Так как Пьеро и Артемон съели в 6 раз больше, чем Буратино и Арлекин, то общее количество съеденных пирожков должно делиться на 7.

Существует только два числа, не превосходящих 30, и удовлетворяющих условиям 1) и 2): 14 и 28.

Если бы было съедено 14 пирожков, то Буратино и Арлекин вместе должны были съесть 2 пирожка. Это невозможно, так как каждый съел хотя бы по одному пирожку, причем Арлекин съел меньше всех (то есть Буратино должен съесть больше одного пирожка).

Если съедено 28 пирожков, то Буратино и Арлекин вместе съели 4 пирожка. Так как Арлекин съел хотя бы один и меньше всех остальных, то съесть больше одного пирожка он не мог. Значит, Арлекин съел один пирожок, а Буратино — 3 пирожка. Буратино и Пьеро вместе съели 14 пирожков, то есть Пьеро съел 11 пирожков. Артемон и Арлекин вместе съели 14 пирожков, значит Артемон съел 13 пирожков.

Возможны также способы решения, не использующие соображения делимости, или использующие их не полностью. В таких решениях должен осуществляться полный перебор всех возможных случаев.

- + *приведены верное решение и верный ответ*
- ± *приведен верный ответ, проверено, что он удовлетворяет условию, и присутствует оценка количества возможных случаев (не более четырех), но нет проверки остальных случаев.*
- ∓ *приведен только верный ответ или приведен верный ответ с проверкой*

## 6 класс

6.1. Расставьте числа 1, 2, 3, ..., 9 в кружочках так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника равнялась 17.

**Ответ:** см. рис. 6.1.



Рис. 6.1

**Комментарий.** По условию задачи сумма четырех чисел на одной стороне равна 17. Если сложить все 12 чисел (три суммы по 4 слагаемых), то получится  $17 \cdot 3 = 51$ . В этой сумме должны присутствовать каждое из чисел 1, 2, 3, ..., 9, причем три из них (поставленные в углы) — по два раза. Так как  $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$ , то сумма трех «угловых» чисел равна  $51 - 45 = 6$ . Значит, в углах обязательно должны стоять числа 1, 2 и 3. Дальнейший подбор чисел несложен.

+ приведен верный пример (независимо от наличия объяснений)

– пример неверен или отсутствует

6.2. Коля и Катя учатся в одном классе. Мальчиков в этом классе в два раза больше, чем девочек. У Коли одноклассников на 7 больше, чем одноклассниц. Сколько одноклассниц у Кати? Ответ обоснуйте.

**Ответ:** у Кати 7 одноклассниц.

*Первый способ.* Так как у Коли одноклассников на 7 больше, чем одноклассниц, то мальчиков в этом классе на 8 больше, чем девочек. Кроме того, их в два раза больше, чем девочек. Поэтому мальчиков — 16, а девочек — 8 (это можно получить, например, из уравнения  $2x - x = 8$ , где  $x$  — количество девочек, а  $2x$  — количество мальчиков). Одна из восьми девочек — Катя, значит, у нее 7 одноклассниц.

*Второй способ.* Пусть в этом классе  $y$  девочек, тогда мальчиков —  $2y$ . Значит, у Коли  $(2y - 1)$  одноклассников и  $y$  одноклассниц. Получим уравнение:  $(2y - 1) - y = 7$ , решением которого является  $y = 8$ . Таким образом, у Кати 7 одноклассниц.

+ приведены верный ответ и верное решение

± обоснованно составлено верное уравнение, но в решении допущена арифметическая ошибка, в результате которой ответ неверен

∓ составлено верное уравнение, но в решении допущена алгебраическая ошибка, в результате которой ответ неверен

∓ приведен верный ответ без вразумительных объяснений

∓ в решении допущена логическая ошибка, в результате которой получено, что в классе 7 девочек и 14 мальчиков и сделан вывод, что у Кати 6 или 7 одноклассниц

6.3. Иван, Петр и Сидор ели конфеты. Их фамилии — Иванов, Петров и Сидоров. Иванов съел на 2 конфеты меньше Ивана, Петров — на 2 конфеты меньше Петра, а Петр съел больше всех. У кого из них какая фамилия? Ответ обоснуйте.

**Ответ:** Петр Сидоров, Иван Петров, Сидор Иванов.

*Первый способ.* Иванов съел меньше Ивана, а Петр съел больше всех, значит, Петр — не Иванов. В то же время Петр — не Петров (так как Петров съел меньше Петра), то есть фамилия Петра — Сидоров. Иванов — не Иван, значит, Иванова зовут Сидор. Следовательно, Петрова зовут Иван.

*Второй способ.* 1) Кто съел больше всех конфет? Это не Иванов (который съел меньше Ивана) и не Петров (который съел меньше Петра), значит, это Сидоров. По условию, больше всех съел Петр, значит его фамилия Сидоров.

2) Фамилия Ивана — не Сидоров (потому что Сидорова зовут Петр) и не Иванов (так как Иванов съел меньше Ивана). Значит, фамилия Ивана — Петров.

3) Если фамилия Петра — Сидоров, а фамилия Ивана — Петров, то фамилия Сидора — Иванов.

**Комментарий.** Заметим, что условие задачи непротиворечиво. Действительно, Сидор Иванов съел на две конфеты меньше, чем Иван Петров, который, в свою очередь, съел на две конфеты меньше, чем Петр Сидоров. Проверять это от школьников не требуется.

+ приведены верный ответ и верное решение

± приведен верный ответ, но объяснено только одно соответствие между именем и фамилией

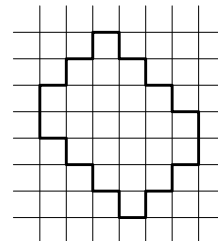
∓ одно соответствие между именем и фамилией установлено верно и обоснованно, но полный верный ответ не получен

∓ приведен верный ответ без обоснований

6.4. Требуется разрезать по клеточкам изображенную на рисунке фигуру на несколько равных частей. Сколько частей может получиться? Найдите все возможные ответы и для каждого из них укажите способ разрезания. (Части считаются равными, если они совпадают при наложении.)

Данная фигура содержит 24 клетки. Поскольку ее требуется разрезать на равные части, то в каждой части должно быть одно и то же количество клеток. Значит количество частей должно быть делителем числа 24. Выпишем все делители числа 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. На одну часть разрезать фигуру бессмысленно, поэтому, покажем, каким образом можно разрезать данную фигуру на две, три, четыре, шесть, восемь, двенадцать и двадцать четыре части соответственно (см. рис. 6.4а – ж).

Отметим, что существуют и другие способы разрезания.



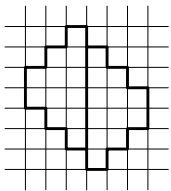


Рис. 6.4а

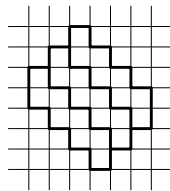


Рис. 6.4б

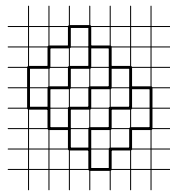


Рис. 6.4в

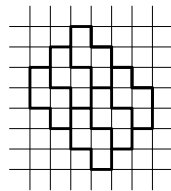


Рис. 6.4г

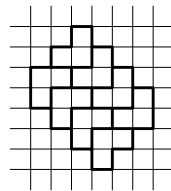


Рис. 6.4д

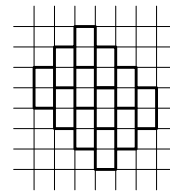


Рис. 6.4е

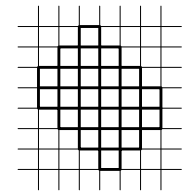


Рис. 6.4ж

- + нарисованы все случаи и объяснено, почему других не существует
- ± нарисованы все случаи, но не объяснено, почему других не существует
- ± объяснено, что количество частей должно быть делителем 24, но один из примеров не нарисован
- ∓ нарисовано 4, 5 или 6 случаев, но объяснения отсутствуют
- нарисовано менее четырех случаев

Отметим, что «разрезание на одну часть» также может быть включено в текст решения, при этом наличие или отсутствие этого случая не влияет на критерии оценки.

6.5. На клетки шахматной доски положили рисовые зернышки. Количество зернышек на каждом двух клетках, имеющих общую сторону, отличались ровно на 1. При этом на одной из клеток доски лежало 3 зернышка, а на другой — 17 зернышек. Петух склевал все зернышки с одной из главных диагоналей доски, а курица — с другой. Сколько зерен досталось петуху и сколько курице? (Размер шахматной доски  $8 \times 8$  клеток. Ее главной диагональю называется диагональ, содержащая 8 клеток.)

**Ответ:** и петуху, и курице досталось по 80 зерен.

Пусть, например, клетка  $A$ , в которой 3 зернышка, находится на  $k$  клеток левее и на  $n$  клеток ниже, чем клетка  $B$ , в которой 17 зернышек. Рассмотрим кратчайшие пути, ведущие из клетки  $A$  в клетку  $B$ . Каждый такой путь состоит из  $k$  шагов на соседнюю клетку вправо и  $n$  шагов на соседнюю клетку вверх, сделанных в произвольном порядке, то есть в любом случае такой путь состоит из  $k + n$  шагов. На каждом шаге количество зерен меняется ровно на 1, а за весь путь количество зерен изменяется на  $17 - 3 = 14$ . Но, исходя из размеров шахматной доски, количество возможных шагов как вверх, так и вправо не может быть больше семи, то есть кратчайший путь не может содержать больше четырнадцати шагов. Следовательно, должно быть ровно 7 шагов вправо и ровно 7 шагов вверх, причем на каждом шаге количество зерен должно увеличиваться. Значит, если клетка  $A$  ниже и левее, чем клетка  $B$ , то они обе лежат на главной диагонали (в левом нижнем и правом верхнем углах соответственно). В этом случае количество зерен в каждой клетке восстанавливается однозначно (см. рис. 6.5). Тогда на главной диагонали, содержащей клетки  $A$  и  $B$ , находится  $3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 80$  зерен. На другой главной диагонали находится  $8 \times 10 = 80$  зерен. Другие возможные случаи расположения данных клеток отличаются от рассмотренного только симметрией (осевой или центральной), поэтому их можно не рассматривать.

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 |
| 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |

Рис. 6.5

- + приведены верный ответ и полное обоснованное решение
- ± верно и обосновано найдено расположение всех зерен на доске, но допущена вычислительная ошибка при подсчете зерен на диагоналях
- ∓ верное расположение зерен приведено без обоснований и получен верный ответ
- ∓ без обоснований верно указано количество зерен на диагональных клетках и получен верный ответ
- приведен только ответ без обоснований или с неверными обоснованиями