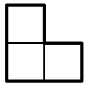
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 9.12.2012

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. В записи $\frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}$ расставьте знаки действий и, если нужно, скобки так, чтобы значение получившегося выражения равнялось $\mathbf{2}$.

2. Собираясь в школу, Миша нашел под подушкой, под диваном, на столе и под столом все необходимое: тетрадь, шпаргалку, плеер и кроссовки. Под столом он нашел не тетрадь и не плеер. Мишины шпаргалки никогда не валяются на полу. Плеера не оказалось ни на столе, ни под диваном. Что где лежало, если в каждом из мест находился только один предмет? Ответ объясните.



3. Можно ли сложить какой-нибудь квадрат из трехклеточных уголков (см. рис.)?

4. Малыш подарил Карлсону **111** конфет. Сколько-то из них они тут же съели вместе, **45%** оставшихся конфет пошли Карлсону на обед, а треть конфет, оставшихся после обеда, нашла во время уборки фрекен Бок. Сколько конфет она нашла?

5. В клетках квадрата $\mathbf{3 \times 3}$ расставлены числа (см. рисунок слева). Разрешается к числам, стоящим в двух соседних клетках, одновременно прибавлять одно и то же число, *не обязательно положительное*. Можно ли в какой-то момент получить такой квадрат с числами, как на рисунке справа? (*Клетки считаются соседними, если имеют общую сторону*).

2	6	2
4	7	3
3	6	5

1	0	0
0	2	0
0	0	1

XXIV Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова 17 февраля 2013 года.
Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/matprazdnik/

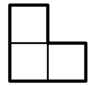
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 9.12.2012

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. В записи $\frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}$ расставьте знаки действий и, если нужно, скобки так, чтобы значение получившегося выражения равнялось $\mathbf{2}$.

2. Собираясь в школу, Миша нашел под подушкой, под диваном, на столе и под столом все необходимое: тетрадь, шпаргалку, плеер и кроссовки. Под столом он нашел не тетрадь и не плеер. Мишины шпаргалки никогда не валяются на полу. Плеера не оказалось ни на столе, ни под диваном. Что где лежало, если в каждом из мест находился только один предмет? Ответ объясните.



3. Можно ли сложить какой-нибудь квадрат из трехклеточных уголков (см. рис.)?

4. Малыш подарил Карлсону **111** конфет. Сколько-то из них они тут же съели вместе, **45%** оставшихся конфет пошли Карлсону на обед, а треть конфет, оставшихся после обеда, нашла во время уборки фрекен Бок. Сколько конфет она нашла?

5. В клетках квадрата $\mathbf{3 \times 3}$ расставлены числа (см. рисунок слева). Разрешается к числам, стоящим в двух соседних клетках, одновременно прибавлять одно и то же число, *не обязательно положительное*. Можно ли в какой-то момент получить такой квадрат с числами, как на рисунке справа? (*Клетки считаются соседними, если имеют общую сторону*).

2	6	2
4	7	3
3	6	5

1	0	0
0	2	0
0	0	1

XXIV Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова 17 февраля 2013 года.
Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/matprazdnik/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

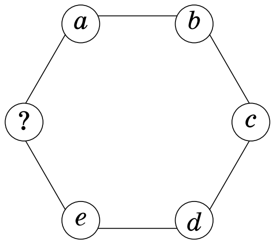
II этап **8 класс** 9.12.2012

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Сравните числа: $\boldsymbol{A = 2011 \cdot 20122012 \cdot 201320132013}$ и $\boldsymbol{B = 2013 \cdot 20112011 \cdot 201220122012}$.

2. В формулу линейной функции $\boldsymbol{y = kx + b}$ вместо букв $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{b}$ впишите числа от $\mathbf{1}$ до $\mathbf{20}$ (каждое по одному разу) так, чтобы получилось $\mathbf{10}$ функций, графики которых проходят через одну и ту же точку.

3. Шесть кружков последовательно соединили отрезками. На каждом отрезке записали некоторое число, а в каждом кружке — сумму двух чисел, записанных на входящих в него отрезках. После этого стёрли все числа на отрезках и в одном из кружков (см. рис.). Можно ли найти число, обозначенное знаком вопроса?



4. В трапеции $\boldsymbol{ABCD}$ основание $\boldsymbol{BC}$ в два раза меньше основания $\boldsymbol{AD}$. Из вершины $\boldsymbol{D}$ опущен перпендикуляр $\boldsymbol{DE}$ на сторону $\boldsymbol{AB}$. Докажите, что $\boldsymbol{CE = CD}$.

5. Десять футбольных команд сыграли каждая с каждой по одному разу. В результате у каждой команды оказалось ровно по $\boldsymbol{x}$ очков. Каково наибольшее возможное значение $\boldsymbol{x}$? (Победа — $\mathbf{3}$ очка, ничья — $\mathbf{1}$ очко, поражение — $\mathbf{0}$.)

6. Точка $\boldsymbol{K}$ — середина гипотенузы $\boldsymbol{AB}$ прямоугольного треугольника $\boldsymbol{ABC}$. На катетах $\boldsymbol{AC}$ и $\boldsymbol{BC}$ выбраны точки $\boldsymbol{M}$ и $\boldsymbol{N}$ соответственно так, что угол $\boldsymbol{MKN}$ — прямой. Докажите, что из отрезков $\boldsymbol{AM}$, $\boldsymbol{BN}$ и $\boldsymbol{MN}$ можно составить прямоугольный треугольник.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

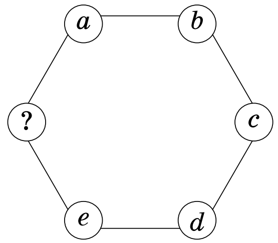
II этап **8 класс** 9.12.2012

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Сравните числа: $\boldsymbol{A = 2011 \cdot 20122012 \cdot 201320132013}$ и $\boldsymbol{B = 2013 \cdot 20112011 \cdot 201220122012}$.

2. В формулу линейной функции $\boldsymbol{y = kx + b}$ вместо букв $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{b}$ впишите числа от $\mathbf{1}$ до $\mathbf{20}$ (каждое по одному разу) так, чтобы получилось $\mathbf{10}$ функций, графики которых проходят через одну и ту же точку.

3. Шесть кружков последовательно соединили отрезками. На каждом отрезке записали некоторое число, а в каждом кружке — сумму двух чисел, записанных на входящих в него отрезках. После этого стёрли все числа на отрезках и в одном из кружков (см. рис.). Можно ли найти число, обозначенное знаком вопроса?



4. В трапеции $\boldsymbol{ABCD}$ основание $\boldsymbol{BC}$ в два раза меньше основания $\boldsymbol{AD}$. Из вершины $\boldsymbol{D}$ опущен перпендикуляр $\boldsymbol{DE}$ на сторону $\boldsymbol{AB}$. Докажите, что $\boldsymbol{CE = CD}$.

5. Десять футбольных команд сыграли каждая с каждой по одному разу. В результате у каждой команды оказалось ровно по $\boldsymbol{x}$ очков. Каково наибольшее возможное значение $\boldsymbol{x}$? (Победа — $\mathbf{3}$ очка, ничья — $\mathbf{1}$ очко, поражение — $\mathbf{0}$.)

6. Точка $\boldsymbol{K}$ — середина гипотенузы $\boldsymbol{AB}$ прямоугольного треугольника $\boldsymbol{ABC}$. На катетах $\boldsymbol{AC}$ и $\boldsymbol{BC}$ выбраны точки $\boldsymbol{M}$ и $\boldsymbol{N}$ соответственно так, что угол $\boldsymbol{MKN}$ — прямой. Докажите, что из отрезков $\boldsymbol{AM}$, $\boldsymbol{BN}$ и $\boldsymbol{MN}$ можно составить прямоугольный треугольник.

LXXVI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 10 марта 2013 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 9.12.2012

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. На некоторые клетки квадратной доски 4×4 выкладывают стопкой золотые монеты, а на остальные клетки — серебряные. Можно ли положить монеты так, чтобы в каждом квадрате 3×3 серебряных монет было больше, чем золотых, а на всей доске золотых было больше, чем серебряных?

2. Купец купил в Твери несколько мешков соли и продал их в Москве с прибылью в **100** рублей. На все вырученные деньги он снова купил в Твери соль (по тверской цене) и продал в Москве (по московской цене). На этот раз прибыль составила **120** рублей. Сколько денег он потратил на первую покупку?

3. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в два раза больше стороны AB. На стороне BC выбрана точка K так, что $\angle KDB = \angle BDA$. Найдите отношение $BK : KC$.

4. Под ёлкой лежат **2012** шишек. Винни-Пух и ослик Иа-Иа играют в игру: по очереди берут себе шишки. Своим ходом Винни-Пух берёт **1** или **4** шишки, а Иа-Иа — **1** или **3**. Первым ходит Пух. Проигравшим считается тот, у кого нет хода. Кто из игроков сможет гарантированно победить, как бы ни играл соперник?

5. Могут ли все корни уравнений $x^2 - px + q = 0$ и $x^2 - (p+1)x + q = 0$ оказаться целыми числами, если: а) $q > 0$; б) $q < 0$?

6. Через концы основания BC трапеции $ABCD$ провели окружность, которая пересекла боковые стороны AB и CD трапеции в точках M и N соответственно. Известно, что точка T пересечения отрезков AN и DM также лежит на этой окружности. Докажите, что $TB = TC$.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 26 и 27 января 2013 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 10 марта 2013 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 9.12.2012

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. На некоторые клетки квадратной доски 4×4 выкладывают стопкой золотые монеты, а на остальные клетки — серебряные. Можно ли положить монеты так, чтобы в каждом квадрате 3×3 серебряных монет было больше, чем золотых, а на всей доске золотых было больше, чем серебряных?

2. Купец купил в Твери несколько мешков соли и продал их в Москве с прибылью в **100** рублей. На все вырученные деньги он снова купил в Твери соль (по тверской цене) и продал в Москве (по московской цене). На этот раз прибыль составила **120** рублей. Сколько денег он потратил на первую покупку?

3. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в два раза больше стороны AB. На стороне BC выбрана точка K так, что $\angle KDB = \angle BDA$. Найдите отношение $BK : KC$.

4. Под ёлкой лежат **2012** шишек. Винни-Пух и ослик Иа-Иа играют в игру: по очереди берут себе шишки. Своим ходом Винни-Пух берёт **1** или **4** шишки, а Иа-Иа — **1** или **3**. Первым ходит Пух. Проигравшим считается тот, у кого нет хода. Кто из игроков сможет гарантированно победить, как бы ни играл соперник?

5. Могут ли все корни уравнений $x^2 - px + q = 0$ и $x^2 - (p+1)x + q = 0$ оказаться целыми числами, если: а) $q > 0$; б) $q < 0$?

6. Через концы основания BC трапеции $ABCD$ провели окружность, которая пересекла боковые стороны AB и CD трапеции в точках M и N соответственно. Известно, что точка T пересечения отрезков AN и DM также лежит на этой окружности. Докажите, что $TB = TC$.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 26 и 27 января 2013 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

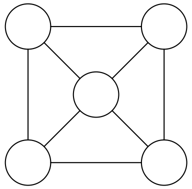
LXXVI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 10 марта 2013 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 9.12.2012

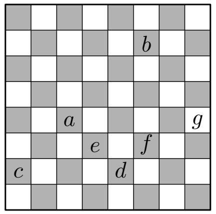
Работа рассчитана на **240** *минут*



1. Расставьте в кружках, расположенных в вершинах квадрата и в его центре, пять натуральных чисел так, чтобы каждые два числа, соединенные отрезком, имели общий делитель, больший $\mathbf{1}$, а любые два числа, не соединенные отрезком, были бы взаимно просты.

2. Квадратный трехчлен $ax^2+2bx+c$ имеет два различных корня, а квадратный трехчлен $a^2x^2+2b^2x+c^2$ корней не имеет. Докажите, что у первого трехчлена корни разного знака.

3. На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки L и K соответственно, M — точка пересечения отрезков AK и CL. Известно, что площадь треугольника AMC равна площади четырехугольника $LBKM$. Найдите угол AMC.



4. Вася придумал новую шахматную фигуру «супер-слон». Один «супер-слон» (обозначим его A) бьет другого (обозначим его B), если они стоят на одной диагонали, между ними нет фигур, и следующая по диагонали клетка за «супер-слоном» B свободна. Например, на рисунке фигура a бьет фигуру b, но не бьет ни одну из фигур c, d, e, f и g.

Какое наибольшее количество «супер-слонов» можно поставить на шахматную доску так, чтобы каждый из них бился хотя бы одним другим?

5. Дана равнобокая трапеция $ABCD$ ($AD||BC$). На дуге AD (не содержащей точек B и C) описанной окружности этой трапеции произвольно выбрана точка M. Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из вершин A и D на отрезки BM и CM, лежат на одной окружности.

6. Даны $n+1$ попарно различных натуральных числа, меньших $2n$ ($n > 1$). Докажите, что среди них найдутся три таких числа, что сумма двух из них равна третьему.

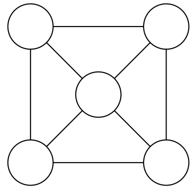
III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 26 и 27 января 2013 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 10 марта 2013 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 9.12.2011

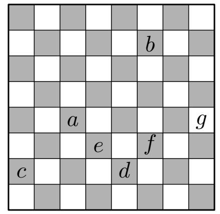
Работа рассчитана на **240** *минут*



1. Расставьте в кружках, расположенных в вершинах квадрата и в его центре, пять натуральных чисел так, чтобы каждые два числа, соединенные отрезком, имели общий делитель, больший $\mathbf{1}$, а любые два числа, не соединенные отрезком, были бы взаимно просты.

2. Квадратный трехчлен $ax^2+2bx+c$ имеет два различных корня, а квадратный трехчлен $a^2x^2+2b^2x+c^2$ корней не имеет. Докажите, что у первого трехчлена корни разного знака.

3. На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки L и K соответственно, M — точка пересечения отрезков AK и CL. Известно, что площадь треугольника AMC равна площади четырехугольника $LBKM$. Найдите угол AMC.



4. Вася придумал новую шахматную фигуру «супер-слон». Один «супер-слон» (обозначим его A) бьет другого (обозначим его B), если они стоят на одной диагонали, между ними нет фигур, и следующая по диагонали клетка за «супер-слоном» B свободна. Например, на рисунке фигура a бьет фигуру b, но не бьет ни одну из фигур c, d, e, f и g.

Какое наибольшее количество «супер-слонов» можно поставить на шахматную доску так, чтобы каждый из них бился хотя бы одним другим?

5. Дана равнобокая трапеция $ABCD$ ($AD||BC$). На дуге AD (не содержащей точек B и C) описанной окружности этой трапеции произвольно выбрана точка M. Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из вершин A и D на отрезки BM и CM, лежат на одной окружности.

6. Даны $n+1$ попарно различных натуральных числа, меньших $2n$ ($n > 1$). Докажите, что среди них найдутся три таких числа, что сумма двух из них равна третьему.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 26 и 27 января 2013 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 10 марта 2013 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 9.12.2012

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Известно, что $\mathrm{tg}\,A+\mathrm{tg}\,B=2$ и $\mathrm{ctg}\,A+\mathrm{ctg}\,B=3$. Найдите $\mathrm{tg}(A+B)$.

2. Туристическая фирма провела акцию: «Купи путевку в Египет, приведи четырех друзей, которые также купят путевку, и получи стоимость путевки обратно». За время действия акции 13 покупателей пришли сами, остальных привели друзья. Некоторые из них привели ровно по 4 новых клиента, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправились в Страну Пирамид бесплатно?

3. Функция $f(x)$ такова, что для всех значений x выполняется равенство $f(x+1)=f(x)+2x+3$. Известно, что $f(0)=1$. Найдите $f(2012)$.

4. Точка X расположена на диаметре AB окружности радиуса R. Точки K и N лежат на окружности в одной полуплоскости относительно AB, а $\angle KXA=\angle NXB=60^\circ$. Найдите длину отрезка KN.

5. В десятичной записи некоторого числа цифры расположены слева направо в порядке убывания. Может ли это число быть кратным числу 111?

6. В правильной четырёхугольной усеченной пирамиде середина N ребра B_1C_1 верхней грани $A_1B_1C_1D_1$ соединена с серединой M ребра AB нижней грани $ABCD$. Прямые B_1C_1 и AB не лежат в одной плоскости. Докажите, что проекции ребер B_1C_1 и AB на прямую MN равны между собой.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 26 и 27 января 2013 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVI Московская математическая олимпиада:

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Объединенная межвузовская математическая олимпиада:

http://olimpiada.ru/ommo

Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 9.12.2012

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Известно, что $\mathrm{tg}\,A+\mathrm{tg}\,B=2$ и $\mathrm{ctg}\,A+\mathrm{ctg}\,B=3$. Найдите $\mathrm{tg}(A+B)$.

2. Туристическая фирма провела акцию: «Купи путевку в Египет, приведи четырех друзей, которые также купят путевку, и получи стоимость путевки обратно». За время действия акции 13 покупателей пришли сами, остальных привели друзья. Некоторые из них привели ровно по 4 новых клиента, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправились в Страну Пирамид бесплатно?

3. Функция $f(x)$ такова, что для всех значений x выполняется равенство $f(x+1)=f(x)+2x+3$. Известно, что $f(0)=1$. Найдите $f(2012)$.

4. Точка X расположена на диаметре AB окружности радиуса R. Точки K и N лежат на окружности в одной полуплоскости относительно AB, а $\angle KXA=\angle NXB=60^\circ$. Найдите длину отрезка KN.

5. В десятичной записи некоторого числа цифры расположены слева направо в порядке убывания. Может ли это число быть кратным числу 111?

6. В правильной четырёхугольной усеченной пирамиде середина N ребра B_1C_1 верхней грани $A_1B_1C_1D_1$ соединена с серединой M ребра AB нижней грани $ABCD$. Прямые B_1C_1 и AB не лежат в одной плоскости. Докажите, что проекции ребер B_1C_1 и AB на прямую MN равны между собой.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 26 и 27 января 2013 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVI Московская математическая олимпиада:

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Объединенная межвузовская математическая олимпиада:

http://olimpiada.ru/ommo

Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.