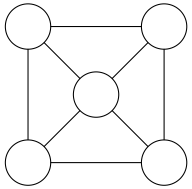
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 9.12.2012

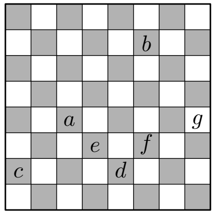
Работа рассчитана на **240** *минут*



1. Расставьте в кружках, расположенных в вершинах квадрата и в его центре, пять натуральных чисел так, чтобы каждые два числа, соединенные отрезком, имели общий делитель, больший $\mathbf{1}$, а любые два числа, не соединенные отрезком, были бы взаимно просты.

2. Квадратный трехчлен $ax^2+2bx+c$ имеет два различных корня, а квадратный трехчлен $a^2x^2+2b^2x+c^2$ корней не имеет. Докажите, что у первого трехчлена корни разного знака.

3. На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки L и K соответственно, M — точка пересечения отрезков AK и CL. Известно, что площадь треугольника AMC равна площади четырехугольника $LBKM$. Найдите угол AMC.



4. Вася придумал новую шахматную фигуру «супер-слон». Один «супер-слон» (обозначим его A) бьет другого (обозначим его B), если они стоят на одной диагонали, между ними нет фигур, и следующая по диагонали клетка за «супер-слоном» B свободна. Например, на рисунке фигура a бьет фигуру b, но не бьет ни одну из фигур c, d, e, f и g.

Какое наибольшее количество «супер-слонов» можно поставить на шахматную доску так, чтобы каждый из них бился хотя бы одним другим?

5. Дана равнобокая трапеция $ABCD$ ($AD||BC$). На дуге AD (не содержащей точек B и C) описанной окружности этой трапеции произвольно выбрана точка M. Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из вершин A и D на отрезки BM и CM, лежат на одной окружности.

6. Даны $n+1$ попарно различных натуральных числа, меньших $2n$ ($n > 1$). Докажите, что среди них найдутся три таких числа, что сумма двух из них равна третьему.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 26 и 27 января 2013 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

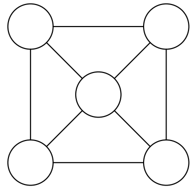
LXXVI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 10 марта 2013 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 9.12.2011

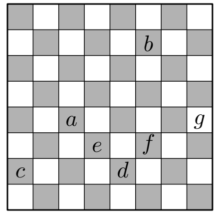
Работа рассчитана на **240** *минут*



1. Расставьте в кружках, расположенных в вершинах квадрата и в его центре, пять натуральных чисел так, чтобы каждые два числа, соединенные отрезком, имели общий делитель, больший $\mathbf{1}$, а любые два числа, не соединенные отрезком, были бы взаимно просты.

2. Квадратный трехчлен $ax^2+2bx+c$ имеет два различных корня, а квадратный трехчлен $a^2x^2+2b^2x+c^2$ корней не имеет. Докажите, что у первого трехчлена корни разного знака.

3. На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки L и K соответственно, M — точка пересечения отрезков AK и CL. Известно, что площадь треугольника AMC равна площади четырехугольника $LBKM$. Найдите угол AMC.



4. Вася придумал новую шахматную фигуру «супер-слон». Один «супер-слон» (обозначим его A) бьет другого (обозначим его B), если они стоят на одной диагонали, между ними нет фигур, и следующая по диагонали клетка за «супер-слоном» B свободна. Например, на рисунке фигура a бьет фигуру b, но не бьет ни одну из фигур c, d, e, f и g.

Какое наибольшее количество «супер-слонов» можно поставить на шахматную доску так, чтобы каждый из них бился хотя бы одним другим?

5. Дана равнобокая трапеция $ABCD$ ($AD||BC$). На дуге AD (не содержащей точек B и C) описанной окружности этой трапеции произвольно выбрана точка M. Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из вершин A и D на отрезки BM и CM, лежат на одной окружности.

6. Даны $n+1$ попарно различных натуральных числа, меньших $2n$ ($n > 1$). Докажите, что среди них найдутся три таких числа, что сумма двух из них равна третьему.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 26 и 27 января 2013 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 10 марта 2013 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/mmo/