LXXIX Московская математическая олимпиада

19 марта 2016 года ♦ 11 класс, второй день

Задача 1. Найдите наименьшее натуральное число, десятичная запись квадрата которого оканчивается на 2016.

Задача 2. Имеются чашечные весы, которые находятся в равновесии, если разность масс на их чашах не превосходит 1 г, а также гири массами $\ln 3$, $\ln 4$, …, $\ln 79$ г. Можно ли разложить все эти гири на чаши весов так, чтобы весы находились в равновесии?

Задача 3. Можно ли отметить k вершин правильного 14-угольника так, что любой четырёхугольник с вершинами в отмеченных точках, имеющий две параллельные стороны, является прямоугольником, если: а) $k = 6$; б) $k \geqslant 7$?

Задача 4. За некоторое время мальчик проехал на велосипеде целое число раз по периметру квадратной школы в одном направлении с постоянной по величине скоростью 10 км/ч. В это же время по периметру школы прогуливался его папа со скоростью 5 км/ч, при этом он мог менять направление движения. Папа видел мальчика в те и только те моменты, когда они находились на одной стороне школы. Мог ли папа видеть мальчика больше половины указанного времени?

Задача 5. Про приведённый многочлен

$$P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$$

с действительными коэффициентами известно, что при некотором натуральном $m \geqslant 2$ многочлен

$$\underbrace{P(P(\ldots P}_{m\text{ раз}}(x)\ldots))$$

имеет действительные корни, причём только положительные. Обязательно ли сам многочлен $P(x)$ имеет действительные корни, причём только положительные?

Решение каждого пункта задачи 3 оценивается как решение отдельной задачи.

Закрытие LXXIX Московской математической олимпиады

пройдёт в воскресенье 3 апреля в МГУ имени М. В. Ломоносова.

Подробная информация на сайте `www.mccme.ru/mmo/`

LXXIX Московская математическая олимпиада

19 марта 2016 года ♦ 11 класс, второй день

Задача 1. Найдите наименьшее натуральное число, десятичная запись квадрата которого оканчивается на 2016.

Задача 2. Имеются чашечные весы, которые находятся в равновесии, если разность масс на их чашах не превосходит 1 г, а также гири массами $\ln 3$, $\ln 4$, …, $\ln 79$ г. Можно ли разложить все эти гири на чаши весов так, чтобы весы находились в равновесии?

Задача 3. Можно ли отметить k вершин правильного 14-угольника так, что любой четырёхугольник с вершинами в отмеченных точках, имеющий две параллельные стороны, является прямоугольником, если: а) $k = 6$; б) $k \geqslant 7$?

Задача 4. За некоторое время мальчик проехал на велосипеде целое число раз по периметру квадратной школы в одном направлении с постоянной по величине скоростью 10 км/ч. В это же время по периметру школы прогуливался его папа со скоростью 5 км/ч, при этом он мог менять направление движения. Папа видел мальчика в те и только те моменты, когда они находились на одной стороне школы. Мог ли папа видеть мальчика больше половины указанного времени?

Задача 5. Про приведённый многочлен

$$P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$$

с действительными коэффициентами известно, что при некотором натуральном $m \geqslant 2$ многочлен

$$\underbrace{P(P(\ldots P}_{m\text{ раз}}(x)\ldots))$$

имеет действительные корни, причём только положительные. Обязательно ли сам многочлен $P(x)$ имеет действительные корни, причём только положительные?

Решение каждого пункта задачи 3 оценивается как решение отдельной задачи.

Закрытие LXXIX Московской математической олимпиады

пройдёт в воскресенье 3 апреля в МГУ имени М. В. Ломоносова.

Подробная информация на сайте `www.mccme.ru/mmo/`