

5 класс

1. В каком году родился норвежский математик Нильс Абель, если последняя цифра этого года на 2 больше третьей и в 4 раза меньше второй? *Достаточно привести ответ.*

Ответ: в 1802 году.

Критерии проверки.

“+” – приведен верный ответ

“±” – приведено несколько ответов, среди которых есть как верный, так и неверные

“–” – верный ответ не приведен

2. Кенгуру прыгает вдоль прямой. Оттолкнувшись левой ногой, он прыгает на 3 метра, правой – на 5 метров, а обеими ногами – на 7 метров. Как ему за 30 прыжков преодолеть ровно 200 метров?

Решение. Можно сделать 27 прыжков по 7 метров, один прыжок на 5 и два прыжка по 3 метра, либо 29 прыжков по 7 метров и один прыжок на 3 метра назад, либо 26 прыжков по 7 метров, три прыжка по 5 метров и один прыжок на 3 метра.

Решение может быть записано с помощью любого из трех примеров:

1) $7 \cdot 27 + 5 + 3 \cdot 2 = 200$; 2) $7 \cdot 29 - 3 = 200$; 3) $7 \cdot 26 + 5 \cdot 3 + 3 = 200$. *Других примеров нет.*

Критерии проверки.

“+” – приведен верный набор прыжков (достаточно одного примера, порядок прыжков не важен)

“±” – приведено несколько примеров набора прыжков, среди которых есть как верные, так и неверные.

“–” – верный набор прыжков не приведен или приведен неверно

3. На каждом из четырех занятий математического кружка присутствовало по 20 школьников. Девять учеников посетили ровно по три занятия из этих четырех, пять учеников – ровно по два занятия, а трое были только на одном занятии. Сколько школьников посетили все занятия?

Ответ: 10 человек.

Решение. Заполним “журнал учета посещаемости” этого кружка. Всего за указанные четыре занятия в нем будет проставлено $20 \cdot 4 = 80$ отметок о посещении. Каждый посетивший три занятия отмечен в журнале три раза, следовательно, девять таких учеников суммарно отмечены в нем $9 \cdot 3 = 27$ раз. Аналогично, посетившие два раза суммарно отмечены в нем $5 \cdot 2 = 10$ раз. Трое посетивших один раз суммарно отмечены в журнале три раза. Оставшиеся $80 - (27 + 10 + 3) = 40$ отметок о посещении – это отметки тех, кто посетил все четыре занятия, при этом каждый из них отмечен четыре раза. Следовательно, все занятия посетили $40 : 4 = 10$ человек.

Критерии проверки.

“+” – приведено полное обоснованное решение

“±” – верный ход решения, но из-за арифметической ошибки получен неверный ответ

“∓” – задача не решена, но есть элементы верных рассуждений, например, замечено, что посетившие три занятия отмечены (“подсчитаны”) по три раза и т. п.

“⊖” – верный ответ получен путем рассмотрения конкретного примера (пусть вот эти были на первом занятии, а вот эти – на втором, и т. д.)

“⊕” – приведены только верный ответ и проверка того, что он удовлетворяет условию задачи

“–” – приведен только ответ

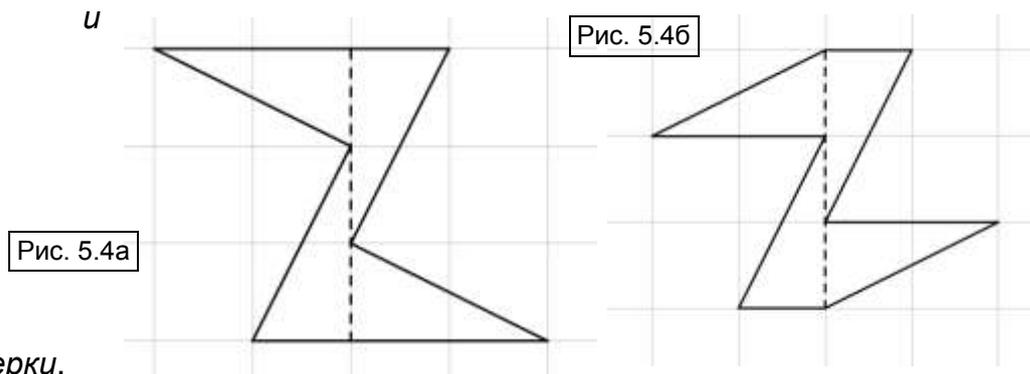
“–” – задача не решена или решена неверно

4. На клетчатой бумаге изобразите многоугольник, который можно одним прямолинейным разрезом разделить на четыре равных треугольника. Покажите, как это можно

сделать. (Вершины многоугольника должны располагаться в узлах сетки, но стороны и разрез не обязательно проводить по линиям сетки.)

Ответ: например, см. рис. 5.4 а, б

Существуют и другие примеры.



Критерии проверки.

“+” – приведен любой верный пример, то есть изображен многоугольник и показано как его одним прямолинейным разрезом разделить на четыре равных треугольника

“±” – приведено несколько примеров, среди которых есть как верные, так и неверные

“±” – приведен многоугольник с вершинами в узлах сетки, который можно по линиям сетки очевидным образом разделить одним прямолинейным разрезом на четыре равных треугольника, но сам разрез не показан

“-” – задача не решена или решена неверно

5. Иван-Царевич хочет выйти из круглой комнаты с шестью дверями, пять из которых заперты на ключ. За одну попытку он может проверить три любые двери, и, если одна из них не заперта, то он в нее выйдет. После каждой попытки Баба-Яга запирает дверь, которая была открыта, и отпирает одну из соседних дверей. Какую именно, Иван-Царевич не знает. Как ему действовать, чтобы наверняка выйти из комнаты?

Решение. Раскрасим двери в черный и белый цвета, чередуя их. Пусть первой попыткой Иван-Царевич проверит все белые двери. Тогда, если после этого он не сумел выйти из комнаты, то отперта была черная дверь. Баба-Яга ее запрет и отперет соседнюю белую. В этом случае Ивану Царевичу достаточно еще раз проверить все белые двери.

Возможны и другие алгоритмы действий. Например, см. решение задачи 5 для 6 класса.

Критерии проверки.

“+” – приведен и обоснован любой верный алгоритм действий Ивана Царевича

“±” – приведен верный алгоритм, но его обоснования не полны

“∓” – приведено переборное решение (Баба-Яга закрывает сначала эту дверь, потом ту дверь), в котором разобраны не все случаи или приведенный алгоритм действий Ивана-Царевича зависит от конкретных действий Бабы-Яги

“∓” – замечено, что при проверке трех подряд дверей центральная дверь останется закрытой и после действий Бабы-Яги, но решение не доведено до конца или содержит ошибки

“-” – задача не решена или решена неверно

6 класс

1. В каком году родился венгерский математик Пол Эрдёш, если последняя цифра этого года в 3 раза меньше второй цифры и в 3 раза больше третьей? Достаточно привести ответ.

Ответ: в 1913 году.

Критерии проверки.

“+” – приведен верный ответ

“±” – приведено несколько ответов, среди которых есть как верный, так и неверные

“-” – верный ответ не приведен

2. В тридевятом царстве работают два обменных пункта. В первом дают за рубль 3000 тугриков, но берут 7000 тугриков комиссии за совершение обмена, а во втором за рубль дают только 2950 тугриков, но комиссию не берут. Турист заметил, что ему все равно, в каком из этих пунктов менять деньги. Сколько рублей он собирается поменять?

Ответ: 140 рублей.

Решение. Можно рассуждать по-разному.

Первый способ. Пусть турист собрался поменять x рублей. Тогда в первом обменном пункте он получит $3000x - 7000$ тугриков, а во втором — $2950x$ тугриков. Так как ему всё равно, в каком обменном пункте менять деньги, то составим уравнение:

$$3000x - 7000 = 2950x, \text{ откуда } x = 140.$$

Второй способ. Так как туристу всё равно, в каком обменном пункте менять деньги, то до вычитания комиссии в первом обменном пункте за все рубли, которые он собирается менять, турист получит на 7000 тугриков больше. При этом за каждый рубль турист в первом пункте получает на 50 тугриков больше, чем во втором, следовательно, турист собирается поменять $7000 : 50 = 140$ рублей.

Критерии проверки.

“+” – приведено полное обоснованное решение

“±” – верный ход решения (например, верно составлено уравнение), но из-за арифметической ошибки получен неверный ответ

“–” – задача не решена или решена неверно

3. У каждого из тридцати шестиклассников есть одна ручка, один карандаш и одна линейка. После их участия в олимпиаде оказалось, что 26 учеников потеряли ручку, 23 – линейку и 21 – карандаш. Найдите наименьшее возможное количество шестиклассников, потерявших все три предмета.

Ответ: 10 шестиклассников.

Решение. Из условия задачи следует, что у четырех шестиклассников есть ручка, у семи – линейка и у девяти – карандаш. Таким образом обладать хотя бы одним предметом могут не более, чем $4 + 7 + 9 = 20$ человек. А значит, не менее, чем $30 - 20 = 10$ человек потеряли все три предмета.

Все три предмета потеряют ровно 10 человек, если каждый из остальных двадцати потеряет ровно два предмета.

В записи решения могут быть использованы диаграммы – круги Эйлера.

Критерии проверки.

“+” – приведено полное обоснованное решение

“±” – доказано, что потерявших три предмета – не менее десяти человек, но не показано, что их может быть ровно 10

“±” – приведен верный ответ и верное в целом рассуждение, в котором сразу утверждается, что ровно 20 школьников обладают одним предметом и / или ровно 10 школьников потеряли три предмета

“∓” – верно найдено количества шестиклассников, имеющих ручку, карандаш и линейку соответственно, но дальнейшие продвижения отсутствуют или неверны

“∓” – верный ответ получен путем рассмотрения конкретного примера (пусть вот эти школьники потеряли ручку, а вот эти – карандаш, и т. д.)

“∓” – приведен только верный ответ

“–” – задача не решена или решена неверно

4. На клетчатой бумаге изобразите шестиугольник, который можно одним прямолинейным разрезом разделить на четыре равные части. Покажите, как это можно сделать. (Вершины шестиугольника должны располагаться в узлах сетки, но стороны и разрез не обязательно проводить по линиям сетки.)

Ответ: например, см. рис. 6.4.

Существуют и другие примеры.

Критерии проверки.

“+” – приведен любой верный пример, то есть изображен шестиугольник и показано как его одним прямолинейным разрезом разделить на четыре равные части

“±” – приведено несколько примеров, среди которых есть как верные, так и неверные

“±” – приведен шестиугольник с вершинами в узлах сетки, который можно по линиям сетки очевидным образом разделить одним прямолинейным разрезом на четыре равные части, но сам разрез не показан

“–” – задача не решена или решена неверно

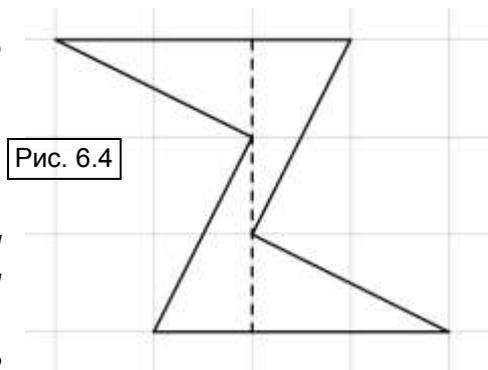


Рис. 6.4

5. Иван-Царевич хочет выйти из круглой комнаты с шестью дверями, пять из которых заперты на ключ. За одну попытку он может проверить любые три двери, расположенные подряд, и, если одна из них не заперта, то он в нее выйдет. После каждой попытки Баба-Яга запирает дверь, которая была открыта, и отпирает одну из соседних дверей. Какую именно, Иван-Царевич не знает. Как ему действовать, чтобы наверняка выйти из комнаты?

Решение. Обозначим двери буквами А, В, С, D, Е и F, например, по часовой стрелке. Первой попыткой Иван-Царевич проверит двери А, В и С. Если после этого он не сумел выйти из комнаты, то двери А, В и С были заперты. Дверь В останется запертой даже после того, как Баба-Яга запрет открытую и отперет одну из соседних.

Второй попыткой Иван-Царевич проверит двери С, D и Е. Аналогично, если после этого он не сумел выйти из комнаты, то дверь Е была заперта, а с учетом того, что В заперта, можно утверждать, что двери С и D останутся запертыми и после действий Бабы-Яги.

Теперь Иван-Царевич проверит двери Е, F и А. Рассуждая аналогично, получим, что, если Иван Царевич не вышел из комнаты, то двери D, Е и F останутся запертыми, а значит отперта будет дверь А, В или С. Проверив эти три двери следующей попыткой, Иван Царевич гарантированно выйдет из комнаты.

Критерии проверки.

“+” – приведен и обоснован верный алгоритм действий Ивана Царевича

“±” – приведен верный алгоритм, но его обоснования не полны

“∓” – приведено переборное решение (Баба-Яга закрывает сначала эту дверь, потом ту дверь), в котором разобраны не все случаи или приведенный алгоритм действий Ивана-Царевича зависит от конкретных действий Бабы-Яги

“∓” – замечено, что при проверке трех подряд дверей центральная дверь останется закрытой и после действий Бабы-Яги, но решение не доведено до конца или содержит ошибки

“–” – задача не решена или решена неверно