Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Поставьте в каждом из шести чисел по одной запятой так, чтобы равенство стало верным:

$$\mathbf{2016 + 2016 + 2016 + 2016 + 2016 = 46368.}$$

2. Вчера Никита купил несколько ручек: чёрные — по **9** рублей за штуку и синие — по **4** рубля за штуку. Зайдя сегодня в тот же магазин, он обнаружил, что цены на ручки изменились: чёрные стали стоить **4** рубля за штуку, а синие — **9** рублей. Увидев такое, Никита сказал с досадой: «Покупай я те же ручки сегодня, сэкономил бы **49** рублей». Не ошибается ли он?

3. На координатной прямой отмечено несколько точек (больше двух). Каждая точка, кроме двух крайних, находится ровно посередине между какими-то двумя отмеченными. Могут ли все отрезки, внутри которых нет отмеченных точек, иметь различные длины?

4. В трёх клетках таблицы $\mathbf{3 \times 3}$ стоят числа (см. рисунок). Требуется заполнить числами остальные клетки так, чтобы во всех строках, столбцах и главных диагоналях суммы чисел оказались равными. Докажите, что это можно сделать единственным способом и заполните таблицу.

1		5
3		

5. Вдоль прямолинейного участка границы установлено **15** столбов. Около каждого столба поймали нескольких близоруких шпионов. Каждый из них честно сказал, сколько других шпионов он видел. Но любой шпион видел только тех, кто находился около его столба и около ближайших соседних столбов. Можно ли по этим данным восстановить численность шпионов, пойманных около каждого столба?

XXVIII Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова 12 февраля 2017 года.

Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!

Регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/matprazdnik/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Поставьте в каждом из шести чисел по одной запятой так, чтобы равенство стало верным:

$$\mathbf{2016 + 2016 + 2016 + 2016 + 2016 = 46368.}$$

2. Вчера Никита купил несколько ручек: чёрные — по **9** рублей за штуку и синие — по **4** рубля за штуку. Зайдя сегодня в тот же магазин, он обнаружил, что цены на ручки изменились: чёрные стали стоить **4** рубля за штуку, а синие — **9** рублей. Увидев такое, Никита сказал с досадой: «Покупай я те же ручки сегодня, сэкономил бы **49** рублей». Не ошибается ли он?

3. На координатной прямой отмечено несколько точек (больше двух). Каждая точка, кроме двух крайних, находится ровно посередине между какими-то двумя отмеченными. Могут ли все отрезки, внутри которых нет отмеченных точек, иметь различные длины?

4. В трёх клетках таблицы $\mathbf{3 \times 3}$ стоят числа (см. рисунок). Требуется заполнить числами остальные клетки так, чтобы во всех строках, столбцах и главных диагоналях суммы чисел оказались равными. Докажите, что это можно сделать единственным способом и заполните таблицу.

1		5
3		

5. Вдоль прямолинейного участка границы установлено **15** столбов. Около каждого столба поймали нескольких близоруких шпионов. Каждый из них честно сказал, сколько других шпионов он видел. Но любой шпион видел только тех, кто находился около его столба и около ближайших соседних столбов. Можно ли по этим данным восстановить численность шпионов, пойманных около каждого столба?

XXVIII Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова 12 февраля 2017 года.

Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!

Регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/matprazdnik/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Последняя цифра в записи натурального числа в **2016** раз меньше самого числа. Найдите все такие числа.

2. Расставьте в левой части равенства

$$\frac{1}{a}\quad\frac{1}{a}\quad\frac{1}{a}\quad\frac{1}{a}\quad\frac{1}{a}=(a+1)(a-1)$$

знаки арифметических операций и скобки так, чтобы равенство стало верным для всех a, отличных от нуля.

3. Точки пересечения графиков четырех функций, заданных формулами $y=kx+b$, $y=kx-b$, $y=mx+b$ и $y=mx-b$, являются вершинами четырехугольника. Найдите координаты точки пересечения его диагоналей.

4. В классе учатся **30** человек: отличники, троечники и двоечники. Отличники на все вопросы отвечают правильно, двоечники всегда ошибаются, а троечники на заданные им вопросы строго по очереди то отвечают верно, то ошибаются. Всем ученикам было задано по три вопроса: «Ты отличник?», «Ты троечник?», «Ты двоечник?». Ответили «Да»: на первый вопрос — **19** учащихся, на второй — **12**, на третий — **9**. Сколько троечников учится в этом классе?

5. В прямоугольнике $ABCD$ на диагонали AC отмечена точка K так, что $CK=BC$. На стороне BC отмечена точка M так, что $KM=CM$. Докажите, что $AK+BM=CM$.

6. Какое наибольшее количество натуральных чисел, не превосходящих **2016**, можно отметить так, чтобы произведение любых двух отмеченных чисел было бы точным квадратом?

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Последняя цифра в записи натурального числа в **2016** раз меньше самого числа. Найдите все такие числа.

2. Расставьте в левой части равенства

$$\frac{1}{a}\quad\frac{1}{a}\quad\frac{1}{a}\quad\frac{1}{a}\quad\frac{1}{a}=(a+1)(a-1)$$

знаки арифметических операций и скобки так, чтобы равенство стало верным для всех a, отличных от нуля.

3. Точки пересечения графиков четырех функций, заданных формулами $y=kx+b$, $y=kx-b$, $y=mx+b$ и $y=mx-b$, являются вершинами четырехугольника. Найдите координаты точки пересечения его диагоналей.

4. В классе учатся **30** человек: отличники, троечники и двоечники. Отличники на все вопросы отвечают правильно, двоечники всегда ошибаются, а троечники на заданные им вопросы строго по очереди то отвечают верно, то ошибаются. Всем ученикам было задано по три вопроса: «Ты отличник?», «Ты троечник?», «Ты двоечник?». Ответили «Да»: на первый вопрос — **19** учащихся, на второй — **12**, на третий — **9**. Сколько троечников учится в этом классе?

5. В прямоугольнике $ABCD$ на диагонали AC отмечена точка K так, что $CK=BC$. На стороне BC отмечена точка M так, что $KM=CM$. Докажите, что $AK+BM=CM$.

6. Какое наибольшее количество натуральных чисел, не превосходящих **2016**, можно отметить так, чтобы произведение любых двух отмеченных чисел было бы точным квадратом?

LXXX Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 12 марта 2017 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. В зоопарке есть **10** слонов и огромные чашечные весы. Известно, что если любые четыре слона встанут на левую чашу весов, а любые три — на правую, то левая чаша перевесит. Пять слонов встали на левую чашу и четыре — на правую. Обязательно ли левая чаша перевесит?

2. На доске записаны двузначные числа. Каждое число составное, но любые два числа взаимно просты. Какое наибольшее количество чисел может быть записано?

3. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE. Точки M и N — основания перпендикуляров, опущенных на прямую DE из точек A и C соответственно. Докажите, что $ME = DN$.

4. Что больше:

$$\sqrt{2016}+\sqrt{2015+\sqrt{2016}} \quad \text{или} \quad \sqrt{2015}+\sqrt{2016+\sqrt{2015}}?$$

5. Германн и Чекалинский разложили на столе **13** различных карт. Каждая карта может лежать в одном из двух положений: рубашкой вверх или рубашкой вниз. Игроки должны по очереди переворачивать по одной карте. Проигрывает тот игрок, после хода которого повторится какая-то из предыдущих ситуаций (включая изначальную). Первый ход сделал Чекалинский. Кто сможет выиграть независимо от того, как будет играть соперник?

6. Высоты неравнобедренного остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. O — центр описанной окружности треугольника BHC. Центр I вписанной окружности треугольника ABC лежит на отрезке OA. Найдите угол BAC.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2017 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXX Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 12 марта 2017 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. В зоопарке есть **10** слонов и огромные чашечные весы. Известно, что если любые четыре слона встанут на левую чашу весов, а любые три — на правую, то левая чаша перевесит. Пять слонов встали на левую чашу и четыре — на правую. Обязательно ли левая чаша перевесит?

2. На доске записаны двузначные числа. Каждое число составное, но любые два числа взаимно просты. Какое наибольшее количество чисел может быть записано?

3. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE. Точки M и N — основания перпендикуляров, опущенных на прямую DE из точек A и C соответственно. Докажите, что $ME = DN$.

4. Что больше:

$$\sqrt{2016}+\sqrt{2015+\sqrt{2016}} \quad \text{или} \quad \sqrt{2015}+\sqrt{2016+\sqrt{2015}}?$$

5. Германн и Чекалинский разложили на столе **13** различных карт. Каждая карта может лежать в одном из двух положений: рубашкой вверх или рубашкой вниз. Игроки должны по очереди переворачивать по одной карте. Проигрывает тот игрок, после хода которого повторится какая-то из предыдущих ситуаций (включая изначальную). Первый ход сделал Чекалинский. Кто сможет выиграть независимо от того, как будет играть соперник?

6. Высоты неравнобедренного остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. O — центр описанной окружности треугольника BHC. Центр I вписанной окружности треугольника ABC лежит на отрезке OA. Найдите угол BAC.

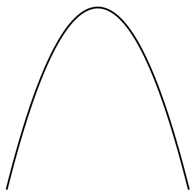
III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2017 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXX Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 12 марта 2017 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **240** *минут*



1. На листе бумаги построили параболу — график функции $y = ax^2 + bx + c$ при $a > 0$, $b > 0$ и $c < 0$, — а оси координат стёрли. Как они могли располагаться? (*Изобразите любой пример, соответствующий указанным знакам коэффициентов, не изменяя положения самой параболы.*)

2. Сумма двух целых чисел равна S. Маша умножила левое число на целое число a, правое — на целое число b, сложила эти произведения и обнаружила, что полученная сумма делится на S. Алёша, наоборот, левое число умножил на b, а правое — на a. Докажите, что и у него аналогичная сумма разделится на S.

3. В зоопарке есть **10** слонов и огромные чашечные весы. Известно, что если любые четыре слона встанут на левую чашу весов, а любые три — на правую, то левая чаша перевесит. Три слона встали на левую чашу и два — на правую. Обязательно ли левая чаша перевесит?

4. Из вершины тупого угла A треугольника ABC опущена высота AD. Проведена окружность с центром D и радиусом DA, которая вторично пересекает стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Найдите AC, если $AB = c$, $AM = m$ и $AN = n$.

5. Вася разобрал каркас треугольной пирамиды в кабинете математики и хочет из её шести рёбер составить два треугольника так, чтобы каждое ребро являлось стороной ровно одного треугольника. Всегда ли Вася сможет это сделать?

6. **100** включённых и **100** выключенных фонариков случайным образом разложены по двум коробкам. У каждого фонарика есть кнопка, нажатие которой выключает горящий фонарик и зажигает выключенный. Ваши глаза завязаны, и Вы не можете видеть, горит ли фонарик. Но Вы можете перекладывать фонарики из коробки в коробку и нажимать на них кнопки. Придумайте способ добиться того, чтобы горящих фонариков в коробках стало поровну.

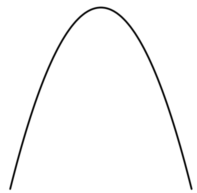
III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2017 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXX Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 12 марта 2017 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **240** *минут*



1. На листе бумаги построили параболу — график функции $y = ax^2 + bx + c$ при $a > 0$, $b > 0$ и $c < 0$, — а оси координат стёрли. Как они могли располагаться? (*Изобразите любой пример, соответствующий указанным знакам коэффициентов, не изменяя положения самой параболы.*)

2. Сумма двух целых чисел равна S. Маша умножила левое число на целое число a, правое — на целое число b, сложила эти произведения и обнаружила, что полученная сумма делится на S. Алёша, наоборот, левое число умножил на b, а правое — на a. Докажите, что и у него аналогичная сумма разделится на S.

3. В зоопарке есть **10** слонов и огромные чашечные весы. Известно, что если любые четыре слона встанут на левую чашу весов, а любые три — на правую, то левая чаша перевесит. Три слона встали на левую чашу и два — на правую. Обязательно ли левая чаша перевесит?

4. Из вершины тупого угла A треугольника ABC опущена высота AD. Проведена окружность с центром D и радиусом DA, которая вторично пересекает стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Найдите AC, если $AB = c$, $AM = m$ и $AN = n$.

5. Вася разобрал каркас треугольной пирамиды в кабинете математики и хочет из её шести рёбер составить два треугольника так, чтобы каждое ребро являлось стороной ровно одного треугольника. Всегда ли Вася сможет это сделать?

6. **100** включённых и **100** выключенных фонариков случайным образом разложены по двум коробкам. У каждого фонарика есть кнопка, нажатие которой выключает горящий фонарик и зажигает выключенный. Ваши глаза завязаны, и Вы не можете видеть, горит ли фонарик. Но Вы можете перекладывать фонарики из коробки в коробку и нажимать на них кнопки. Придумайте способ добиться того, чтобы горящих фонариков в коробках стало поровну.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2017 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXX Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 12 марта 2017 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Имеет ли отрицательные корни уравнение

$$x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 3x + 9 = 0?$$

2. Вася вписал в клетки таблицы 4×18 натуральные числа от 1 до 72 в некотором одному ему известном порядке. Затем для каждого из восемнадцати столбцов он перемножил стоящие в нём четыре числа и вычислил сумму цифр полученного произведения. Могли ли все восемнадцать сумм оказаться одинаковыми?

3. Правильный пятиугольник и правильный двадцатиугольник вписаны в одну и ту же окружность. Что больше: сумма квадратов длин всех сторон пятиугольника или сумма квадратов длин всех сторон двадцатиугольника?

4. Дана треугольная пирамида $ABCD$ с плоскими прямыми углами при вершине D, в которой $CD = AD + DB$. Докажите, что сумма плоских углов при вершине C равна $90°$.

5. Функция $f(x)$ определена для всех действительных чисел, причем для любого x выполняются равенства: $f(x+2) = f(2-x)$ и $f(x+7) = f(7-x)$. Докажите, что $f(x)$ — периодическая функция.

6. Каждое целое число на координатной прямой покрашено в один из двух цветов — белый или черный, причем числа 2016 и 2017 покрашены в разные цвета. Обязательно ли можно найти три одинаково покрашенных целых числа, сумма которых равна нулю?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2017 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXIX Московская математическая олимпиада:

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Объединенная межвузовская математическая олимпиада:

http://olimpiada.ru/ommo

Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 4.12.2016

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Имеет ли отрицательные корни уравнение

$$x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 3x + 9 = 0?$$

2. Вася вписал в клетки таблицы 4×18 натуральные числа от 1 до 72 в некотором одному ему известном порядке. Затем для каждого из восемнадцати столбцов он перемножил стоящие в нём четыре числа и вычислил сумму цифр полученного произведения. Могли ли все восемнадцать сумм оказаться одинаковыми?

3. Правильный пятиугольник и правильный двадцатиугольник вписаны в одну и ту же окружность. Что больше: сумма квадратов длин всех сторон пятиугольника или сумма квадратов длин всех сторон двадцатиугольника?

4. Дана треугольная пирамида $ABCD$ с плоскими прямыми углами при вершине D, в которой $CD = AD + DB$. Докажите, что сумма плоских углов при вершине C равна $90°$.

5. Функция $f(x)$ определена для всех действительных чисел, причем для любого x выполняются равенства: $f(x+2) = f(2-x)$ и $f(x+7) = f(7-x)$. Докажите, что $f(x)$ — периодическая функция.

6. Каждое целое число на координатной прямой покрашено в один из двух цветов — белый или черный, причем числа 2016 и 2017 покрашены в разные цвета. Обязательно ли можно найти три одинаково покрашенных целых числа, сумма которых равна нулю?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2017 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXIX Московская математическая олимпиада:

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Объединенная межвузовская математическая олимпиада:

http://olimpiada.ru/ommo

Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.