Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 3.12.2017

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Начертите четыре луча $\boldsymbol{OA}$, $\boldsymbol{OB}$, $\boldsymbol{OC}$ и $\boldsymbol{OD}$ с общим началом так, чтобы на этом чертеже нашлись углы в $\mathbf{100^\circ}$, $\mathbf{110^\circ}$, $\mathbf{120^\circ}$, $\mathbf{130^\circ}$ и $\mathbf{140^\circ}$. Запишите, какие именно углы имеют указанные величины.

2. Гарри, Рон и Гермиона хотели купить одинаковые непромокаемые мантии. Однако им не хватало денег: Рону — трети цены мантии, Гермионе — четверти, а Гарри — одной пятой цены мантии. Когда на распродаже цена мантии упала на **9,4** сиклей, друзья объединили свои сбережения и купили три мантии, потратив все деньги. Сколько сиклей стоила одна мантия до снижения цены?

3. Каждый из тринадцати гномов — рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Однажды все гномы по очереди сделали заявление: «Среди заявлений, сделанных ранее, ложных ровно на два больше, чем истинных». Сколько рыцарей могло быть среди гномов?

4. На клетчатой бумаге нарисовали большой квадрат. Его разрезали на несколько одинаковых средних квадратов. Один из средних квадратов разрезали на несколько одинаковых маленьких квадратов. Стороны всех квадратов проходят по линиям сетки. Найдите длины сторон большого, среднего и маленького квадратов, если сумма их площадей равна **154**.

5. В каждой вершине куба живёт число, не обязательно положительное. Все восемь чисел различны. Если число равно сумме трёх чисел, живущих в соседних с ним вершинах, то оно счастливо. Какое наибольшее количество счастливых чисел может жить в вершинах куба?

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 3.12.2017

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Начертите четыре луча $\boldsymbol{OA}$, $\boldsymbol{OB}$, $\boldsymbol{OC}$ и $\boldsymbol{OD}$ с общим началом так, чтобы на этом чертеже нашлись углы в $\mathbf{100^\circ}$, $\mathbf{110^\circ}$, $\mathbf{120^\circ}$, $\mathbf{130^\circ}$ и $\mathbf{140^\circ}$. Запишите, какие именно углы имеют указанные величины.

2. Гарри, Рон и Гермиона хотели купить одинаковые непромокаемые мантии. Однако им не хватало денег: Рону — трети цены мантии, Гермионе — четверти, а Гарри — одной пятой цены мантии. Когда на распродаже цена мантии упала на **9,4** сиклей, друзья объединили свои сбережения и купили три мантии, потратив все деньги. Сколько сиклей стоила одна мантия до снижения цены?

3. Каждый из тринадцати гномов — рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Однажды все гномы по очереди сделали заявление: «Среди заявлений, сделанных ранее, ложных ровно на два больше, чем истинных». Сколько рыцарей могло быть среди гномов?

4. На клетчатой бумаге нарисовали большой квадрат. Его разрезали на несколько одинаковых средних квадратов. Один из средних квадратов разрезали на несколько одинаковых маленьких квадратов. Стороны всех квадратов проходят по линиям сетки. Найдите длины сторон большого, среднего и маленького квадратов, если сумма их площадей равна **154**.

5. В каждой вершине куба живёт число, не обязательно положительное. Все восемь чисел различны. Если число равно сумме трёх чисел, живущих в соседних с ним вершинах, то оно счастливо. Какое наибольшее количество счастливых чисел может жить в вершинах куба?

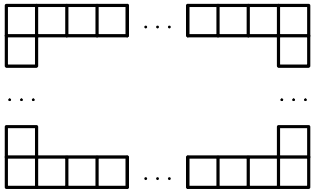
XXVIII Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова 18 февраля 2018 года.
Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/matprazdnik/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 3.12.2017

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Из **1812** одинаковых квадратов со стороной 1 мм сделали прямоугольную рамку для групповой фотографии (см. рисунок, границы фотографии совпадают с внутренними границами рамки). Потом фотографию разрезали по линии миллиметровой сетки на две прямоугольные части. Теперь понадобилось две рамки, на которые ушло **2018** таких же квадратов. Найдите размеры исходной фотографии.



2. Записаны четыре различных натуральных числа. Оказалось, что сумма чисел, им обратных, равна **1**. Может ли среди записанных чисел отсутствовать число **2**?

3. На координатной плоскости построены четыре прямые, уравнения которых имеют вид $y = kx + b$. Все коэффициенты и свободные члены — различные натуральные числа от **1** до **8**. Могут ли эти **4** прямые разделить плоскость ровно на **8** частей?

4. В трапеции $ABCD$ точка M — середина боковой стороны CD. Лучи BD и BM делят угол ABC на три равные части. Диагональ AC является биссектрисой угла BAD. Найдите углы трапеции.

5. На острове живут **33** рыцаря, а также лжецы и фантазёры. Каждого жителя этого острова по очереди спросили: «Сколько среди вас рыцарей?». Было получено десять различных ответов, каждый из которых был назван более, чем одним жителем. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда называют неверное число, которое ещё не было названо, а фантазёры всегда называют число, которое на единицу больше предыдущего ответа. Обязательно ли было названо число **40**?

6. Точки M и N — середины сторон BC и AD четырёхугольника $ABCD$. Известно, что $\angle B = 150°$, $\angle C = 90°$ и $AB = CD$. Найдите угол между прямыми MN и BC.

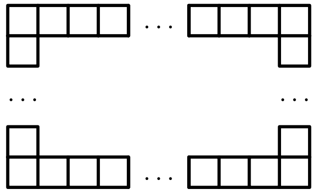
LXXXI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 11 марта 2018 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 3.12.2017

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Из **1812** одинаковых квадратов со стороной 1 мм сделали прямоугольную рамку для групповой фотографии (см. рисунок, границы фотографии совпадают с внутренними границами рамки). Потом фотографию разрезали по линии миллиметровой сетки на две прямоугольные части. Теперь понадобилось две рамки, на которые ушло **2018** таких же квадратов. Найдите размеры исходной фотографии.



2. Записаны четыре различных натуральных числа. Оказалось, что сумма чисел, им обратных, равна **1**. Может ли среди записанных чисел отсутствовать число **2**?

3. На координатной плоскости построены четыре прямые, уравнения которых имеют вид $y = kx + b$. Все коэффициенты и свободные члены — различные натуральные числа от **1** до **8**. Могут ли эти **4** прямые разделить плоскость ровно на **8** частей?

4. В трапеции $ABCD$ точка M — середина боковой стороны CD. Лучи BD и BM делят угол ABC на три равные части. Диагональ AC является биссектрисой угла BAD. Найдите углы трапеции.

5. На острове живут **33** рыцаря, а также лжецы и фантазёры. Каждого жителя этого острова по очереди спросили: «Сколько среди вас рыцарей?». Было получено десять различных ответов, каждый из которых был назван более, чем одним жителем. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда называют неверное число, которое ещё не было названо, а фантазёры всегда называют число, которое на единицу больше предыдущего ответа. Обязательно ли было названо число **40**?

6. Точки M и N — середины сторон BC и AD четырёхугольника $ABCD$. Известно, что $\angle B = 150°$, $\angle C = 90°$ и $AB = CD$. Найдите угол между прямыми MN и BC.

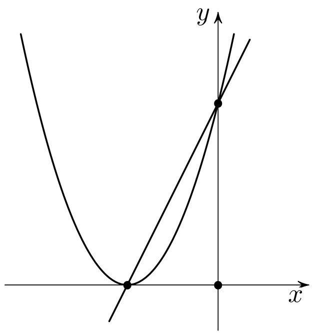
LXXXI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 11 марта 2018 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 3.12.2017

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Игорь сложил десять подряд идущих натуральных чисел, затем разделил полученную сумму на сумму следующих десяти натуральных чисел. Могло ли у него получится число **0,8**?



2. На координатной плоскости построены графики линейной и квадратичной функций (см. рисунок). Уравнение линейной функции имеет вид $y = cx + 2c$ для некоторого числа c. Используя тот же параметр c, запишите уравнение квадратичной функции и объясните свое решение.

3. В треугольнике ABC проведены высота BH и медианы AM и CK. Докажите, что треугольники KHM и ABC подобны.

4. Назовём натуральное число интересным, если его можно разложить на натуральные множители, каждый из которых меньше, чем **30**. Докажите, что из **10000** интересных чисел всегда можно выбрать два, произведение которых является точным квадратом.

5. Дана равнобокая трапеция $ABCD$. Рассматривают точки Q и P на боковых сторонах AB и CD соответственно, для которых $CP = AQ$. Докажите, что середины всех таких отрезков PQ лежат на одной прямой.

6. Бригада рабочих делает ремонт в квартире. Чтобы не испортить пол в комнате (клетчатый квадрат размером 4×4), они расстелили **13** двухклеточных ковриков по линиям сетки. Внезапно оказалось, что один коврик понадобился в другой комнате. Докажите, что рабочие смогут его выбрать так, чтобы ремонт в квартире можно было продолжать, не испортив пол.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 31.01.2018 и 1.02.2018. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 11 марта 2018 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап 9 класс 3.12.2017

Работа рассчитана на 240 минут

1. Игорь сложил десять подряд идущих натуральных чисел, затем разделил полученную сумму на сумму следующих десяти натуральных чисел. Могло ли у него получится число 0,8?

2. На координатной плоскости построены графики линейной и квадратичной функций (см. рисунок). Уравнение линейной функции имеет вид $y = cx + 2c$ для некоторого числа c. Используя тот же параметр c, запишите уравнение квадратичной функции и объясните свое решение.

3. В треугольнике ABC проведены высота BH и медианы AM и CK. Докажите, что треугольники KHM и ABC подобны.

4. Назовём натуральное число интересным, если его можно разложить на натуральные множители, каждый из которых меньше, чем 30. Докажите, что из 10000 интересных чисел всегда можно выбрать два, произведение которых является точным квадратом.

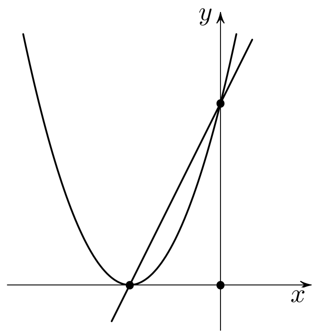
5. Дана равнобокая трапеция $ABCD$. Рассматривают точки Q и P на боковых сторонах AB и CD соответственно, для которых $CP = AQ$. Докажите, что середины всех таких отрезков PQ лежат на одной прямой.

6. Бригада рабочих делает ремонт в квартире. Чтобы не испортить пол в комнате (клетчатый квадрат размером 4×4), они расстелили 13 двухклеточных ковриков по линиям сетки. Внезапно оказалось, что один коврик понадобился в другой комнате. Докажите, что рабочие смогут его выбрать так, чтобы ремонт в квартире можно было продолжать, не испортив пол.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 31.01.2018 и 1.02.2018. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте http://vos.olimpiada.ru/

LXXXI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 11 марта 2018 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/mmo/



Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 3.12.2017

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. **33** богатыря выходят в дозор **33** дня. В первый день должен выйти один богатырь, во второй — два, в третий — три, и так далее, в последний день — все богатыри. Сможет ли дядька Черномор организовать дозоры так, чтобы все богатыри вышли в дозор одинаковое количество раз?

2. Существуют ли такие попарно различные числа a, b и c, что число a является корнем квадратного трёхчлена $x^2 - 2bx + c^2$, число b является корнем квадратного трёхчлена $x^2 - 2cx + a^2$, а число c является корнем квадратного трёхчлена $x^2 - 2ax + b^2$?

3. Две окружности пересекаются в точках A и B. Оказалось, что радиусы OA и OB первой окружности являются касательными ко второй окружности. Через точку A проведена прямая, которая вторично пересекает окружности в точках M и N. Докажите, что $MB \perp NB$.

4. Выписаны все делители некоторого натурального числа, кроме единицы и его самого. Какие-то два числа из этого списка отличаются в шесть раз. А во сколько раз отличаются два самых больших числа из этого списка?

5. На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки X и Y соответственно. Отрезки CX и AY пересекаются в точке T. Докажите, что площадь треугольника XBY больше площади треугольника XTY.

6. Есть две коробки, в одной **2017** конфет, а в другой **2018**. Играют двое, ходят по очереди. За один ход каждый может съесть любое количество конфет, отличное от нуля, из любой коробки. Правила игры не допускают, чтобы после какого-то хода число конфет в одной из коробок делилось на число конфет в другой. Проигрывает тот, кто не может сделать ход, не нарушив этого условия. Кто сможет выиграть: начинающий игру или второй игрок, как бы ни играл его соперник?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 31.01.2018 и 1.02.2018. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 11 марта 2018 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 3.12.2017

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. **33** богатыря выходят в дозор **33** дня. В первый день должен выйти один богатырь, во второй — два, в третий — три, и так далее, в последний день — все богатыри. Сможет ли дядька Черномор организовать дозоры так, чтобы все богатыри вышли в дозор одинаковое количество раз?

2. Существуют ли такие попарно различные числа a, b и c, что число a является корнем квадратного трёхчлена $x^2 - 2bx + c^2$, число b является корнем квадратного трёхчлена $x^2 - 2cx + a^2$, а число c является корнем квадратного трёхчлена $x^2 - 2ax + b^2$?

3. Две окружности пересекаются в точках A и B. Оказалось, что радиусы OA и OB первой окружности являются касательными ко второй окружности. Через точку A проведена прямая, которая вторично пересекает окружности в точках M и N. Докажите, что $MB \perp NB$.

4. Выписаны все делители некоторого натурального числа, кроме единицы и его самого. Какие-то два числа из этого списка отличаются в шесть раз. А во сколько раз отличаются два самых больших числа из этого списка?

5. На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки X и Y соответственно. Отрезки CX и AY пересекаются в точке T. Докажите, что площадь треугольника XBY больше площади треугольника XTY.

6. Есть две коробки, в одной **2017** конфет, а в другой **2018**. Играют двое, ходят по очереди. За один ход каждый может съесть любое количество конфет, отличное от нуля, из любой коробки. Правила игры не допускают, чтобы после какого-то хода число конфет в одной из коробок делилось на число конфет в другой. Проигрывает тот, кто не может сделать ход, не нарушив этого условия. Кто сможет выиграть: начинающий игру или второй игрок, как бы ни играл его соперник?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 31.01.2018 и 1.02.2018. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXI Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 11 марта 2018 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 3.12.2017

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Графики функций $\boldsymbol{y = ax^2}$, $\boldsymbol{y = bx}$ и $\boldsymbol{y = c}$ пересекаются в точке, расположенной выше оси абсцисс. Определите, сколько корней может иметь уравнение $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$.

2. Существует ли треугольник, у которого сумма косинусов внутренних углов равна $\mathbf{1}$?

3. В правильной шестиугольной пирамиде $\boldsymbol{SABCDEF}$ ($\boldsymbol{ABCDEF}$ — основание) боковое ребро равно $\boldsymbol{a}$, плоский угол при вершине $\boldsymbol{S}$ равен $\mathbf{10^\circ}$. Муравей ползёт по поверхности пирамиды из вершины $\boldsymbol{A}$, стремится побывать на всех боковых ребрах (возможно в вершинах) и вернуться в точку $\boldsymbol{A}$. Какова длина его кратчайшего пути?

4. В вершинах семнадцатиугольника записали различные целые числа (по одному в каждой вершине). Затем все числа одновременно заменили на новые: каждое заменили на разность двух следующих за ним по часовой стрелке чисел (из соседнего вычитали следующее за ним). Могло ли произведение полученных чисел оказаться нечётным?

5. В выпуклом пятиугольнике $\boldsymbol{PQRST}$ угол $\boldsymbol{PRT}$ в два раза меньше, чем угол $\boldsymbol{QRS}$, а все стороны равны. Найдите угол $\boldsymbol{PRT}$.

6. В стопку сложены **300** карточек: **100** белых, **100** чёрных и **100** красных. Для каждой белой карточки подсчитано количество чёрных, лежащих ниже её, для каждой чёрной — количество красных, лежащих ниже её, а для каждой красной — количество белых, лежащих ниже её. Найдите наибольшее возможное значение суммы трёхсот получившихся чисел.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 31.01.2018 и 1.02.2018. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXI Московская математическая олимпиада:
http://olympiads.mccme.ru/mmo/
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/ommo
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 3.12.2017

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Графики функций $\boldsymbol{y = ax^2}$, $\boldsymbol{y = bx}$ и $\boldsymbol{y = c}$ пересекаются в точке, расположенной выше оси абсцисс. Определите, сколько корней может иметь уравнение $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$.

2. Существует ли треугольник, у которого сумма косинусов внутренних углов равна $\mathbf{1}$?

3. В правильной шестиугольной пирамиде $\boldsymbol{SABCDEF}$ ($\boldsymbol{ABCDEF}$ — основание) боковое ребро равно $\boldsymbol{a}$, плоский угол при вершине $\boldsymbol{S}$ равен $\mathbf{10^\circ}$. Муравей ползёт по поверхности пирамиды из вершины $\boldsymbol{A}$, стремится побывать на всех боковых ребрах (возможно в вершинах) и вернуться в точку $\boldsymbol{A}$. Какова длина его кратчайшего пути?

4. В вершинах семнадцатиугольника записали различные целые числа (по одному в каждой вершине). Затем все числа одновременно заменили на новые: каждое заменили на разность двух следующих за ним по часовой стрелке чисел (из соседнего вычитали следующее за ним). Могло ли произведение полученных чисел оказаться нечётным?

5. В выпуклом пятиугольнике $\boldsymbol{PQRST}$ угол $\boldsymbol{PRT}$ в два раза меньше, чем угол $\boldsymbol{QRS}$, а все стороны равны. Найдите угол $\boldsymbol{PRT}$.

6. В стопку сложены **300** карточек: **100** белых, **100** чёрных и **100** красных. Для каждой белой карточки подсчитано количество чёрных, лежащих ниже её, для каждой чёрной — количество красных, лежащих ниже её, а для каждой красной — количество белых, лежащих ниже её. Найдите наибольшее возможное значение суммы трёхсот получившихся чисел.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 31.01.2018 и 1.02.2018. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXI Московская математическая олимпиада:
http://olympiads.mccme.ru/mmo/
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/ommo
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.