

## 5 класс

**5.1.** Сумма 2018 натуральных чисел равна 2018. Какой станет сумма, если одно из слагаемых увеличить в десять раз? *Ответ объясните.*

**Ответ:** 2027.

**Решение.** Так как каждое натуральное число не меньше единицы, то такая сумма может быть получена только в результате сложения 2018 единиц. Если одну из них заменить на 10, то сумма увеличится на 9 и составит  $2018 + 9 = 2027$ .

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Приведен только верный ответ*

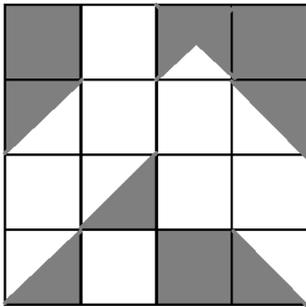
«∓» *Приведен верный ответ с неверным обоснованием*

«-» *Приведен неверный ответ или несколько ответов, среди которых есть неверные*

«-» *Задача не решена*

**5.2.** Надя нарисовала на прозрачной пленке прямоугольник и узор на нем. Потом она сложила прямоугольник пополам слева направо (см. рисунок) Нарисуйте узор, который получится после наложения одной половинки прямоугольника на другую.

**Ответ:** см. рис. 1.



**рис. 1**

Критерии проверки.

«+» *Приведен верный ответ*

«±» *Приведен верный ответ при условии, что сгибали справа налево (см. рис. 2)*

«±» *Приведенный ответ отличается от рис. 1 или рис. 2 одной клеткой*

«∓» *Приведенный ответ отличается от рис. 1 или рис. 2 двумя клетками*

«-» *Приведенный ответ отличается от рис. 1 или рис. 2 тремя или более клетками, либо совсем неверен*

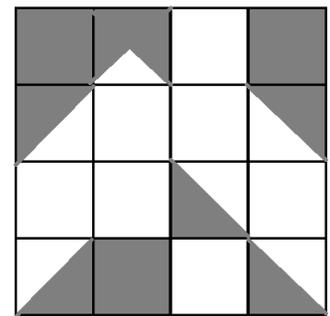
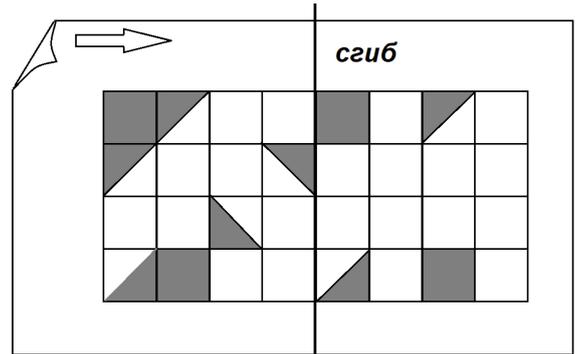
«-» *Задача не решена*

**5.3.** У Тани на 12 ромашек больше, чем у Нади, а у Маши на 24 ромашки больше, чем у Тани. Кому из девочек и сколько ромашек должна дать Маша, чтобы у всех стало поровну?

**Ответ:** Маша должна отдать 16 ромашек Наде и 4 ромашки Тане.

**Решение.** Первый способ. Заметим, что у Маши на 36 ромашек больше, чем у Нади. Если Таня поставит 12 ромашек в вазу, а Маша поставит в ту же вазу 36 ромашек, то у всех девочек останется ромашек поровну (столько, сколько у Нади). Теперь каждая девочка может взять из вазы по  $(36+12) : 3 = 16$  ромашек. При этом у Нади станет больше, чем было изначально, на 16 ромашек, а у Тани – на 4 ромашки.

Второй способ. Пусть Маша сразу отдаст 12 ромашек Наде. Тогда у Нади и Тани ромашек будет поровну, а у Маши на 12 больше, чем у каждой из них. Эти 12 ромашек нужно поровну распределить между всеми тремя девочками – по 4 ромашки каждой девочке. Надя при этом получит всего  $12 + 4 = 16$  ромашек, а Таня – 4 ромашки.



**рис. 2**

Третий способ. Пусть у Нади  $x$  ромашек, тогда у Тани  $(x + 12)$  ромашек, а у Маши  $x + 12 + 24 = x + 36$  ромашек. Всего у девочек:  $x + (x + 12) + (x + 36) = 3x + 48$  ромашек. Для того, чтобы ромашек стало поровну, у каждой девочки должно быть по  $x + 16$  ромашек: у Нади – на 16 больше, чем у нее есть, а у Тани – на 4 больше, чем у нее есть.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Верный ход решения, но допущена вычислительная ошибка*

«+» *Верный ход рассуждений, но допущена вычислительная ошибка*

«+» *Верный ответ получен, исходя из конкретного примера*

«-» *Приведен только ответ*

«-» *Задача не решена или решена неверно*

**5.4.** Два гнома одновременно выбежали навстречу друг другу: Балин от оврага, а Двалин от елки. Через час Балину до елки оставалось пробежать на 650 метров больше, чем он пробежал, а Двалину до оврага на 350 метров больше, чем он пробежал. Найдите расстояние между гномами через час после начала бега.

**Ответ:** 500 метров

Решение. Первый способ. Отметим на схеме овраг точкой  $O$ , елку – точкой  $E$ , а положения Балина и Двалина точками  $B$  и  $D$  соответственно. Отметим точку  $B'$  так, чтобы  $EB' = OB$ , тогда по условию  $BB' = 650$  метров. Аналогично отметим точку  $D'$  так, чтобы  $OD' = ED$ , тогда  $DD' = 350$  метров. Заметим, что  $BD = D'B$  и что  $BD + D'B' = (BD' + D'D) + (D'D + DB') = (BD' + D'D + DB') + D'D = BB' + DD' = 1000$  метров, откуда  $BD = 500$  метров.



Второй способ. Представим, что у нас две одинаковые дистанции. По одной бегут навстречу друг другу два Балина, тогда через час между ними останется 650 метров. По второй дистанции – два Двалина, через час между ними останется 350 метров. Двум Балинам и двум Двалинам от двух таких дистанций от оврага до елки осталось пробежать 1000 метров, следовательно, одному Балину и одному Двалину от одной дистанции до встречи останется 500 метров.

Третий способ. Пусть Балин пробежал  $x$  метров, тогда расстояния от оврага до елки составляет  $x + (x + 650) = 2x + 650$  метров. Пусть Двалин пробежал  $y$  метров, тогда, с другой стороны, расстояние от оврага до елки составит  $2y + 350$  метров. Сложим эти величины:  $2x + 650 + 2y + 350 = 2x + 2y + 1000$  и получим удвоенное расстояние от оврага до елки. Следовательно, расстояние от оврага до елки  $x + y + 500$  метров. Учитывая, что  $x + y$  – это расстояние, которое пробежали Балин и Двалин, получаем ответ.

Можно также из равенства  $2y + 350 = 2x + 650$  выразить  $y$  через  $x$  и подставить в выражение  $(2x + 650) - (x + y)$ .

Четвертый способ. Примем расстояние от оврага до елки за  $2s$  метров. Тогда Балин пробежал  $(2s - 650) : 2 = s - 325$  метров, а Двалин пробежал  $(2s - 350) : 2 = s - 175$  метров. Расстояние между гномами равно  $2s - (s - 325 + s - 175) = 500$  метров.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Верный ход решения, но допущена вычислительная ошибка*

«+» *Верный ответ получен, исходя из конкретного примера*

«-» *Приведен только ответ*

«-» *Задача не решена или решена неверно*

**5.5.** Лотерейный билет имеет шестизначный номер. Билет является выигрышным, если сумма трех каких-то его цифр равна сумме трех остальных. Игорь купил два лотерейных билета с подряд идущими номерами. Они оба оказались выигрышными. На какую цифру оканчивались каждый из этих номеров?

**Ответ:** на 9 и на 0.

**Решение.** Из условия задачи следует, что сумма всех цифр номера выигрышного билета – чётное число. Если меньший номер выигрышного билета не оканчивается на 9, то сумма цифр следующего за ним номера больше суммы его цифр на 1, то есть нечётна, и такой билет не может быть выигрышным. Значит, меньший номер купленного билета должен оканчиваться на 9, тогда больший – на 0.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Верно и обоснованно получена только одна последняя цифра*

« $\mp$ » *Верный ответ получен, исходя из конкретного примера*

« $\bar{\mp}$ » *Приведен только верный ответ*

«–» *Задача не решена или решена неверно*

## 6 класс

**6.1.** Сумма 2018 натуральных чисел равна 2019. Какой станет сумма, если самое большое слагаемое увеличить в десять раз? *Ответ объясните.*

**Ответ:** 2037.

**Решение.** Так как каждое натуральное число не меньше единицы, то такая сумма может быть получена только сложением 2017 единиц и одной двойки. Если двойку увеличить в десять раз, то получится 20. Если в исходной сумме заменить 2 на 20, то сумма увеличится на 18 и станет равна  $2019 + 18 = 2037$

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Приведен только верный ответ*

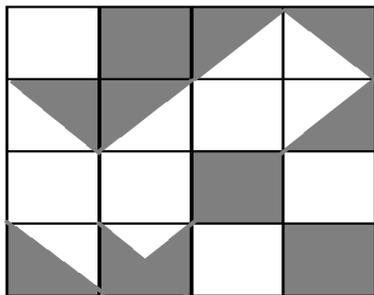
«+» *Приведен верный ответ с неверным обоснованием*

«-» *Приведен неверный ответ или несколько ответов, среди которых есть неверные*

«-» *Задача не решена*

**6.2.** Таня нарисовала на прозрачной пленке прямоугольник и узор на нем. Потом она сложила прямоугольник пополам слева направо (см. рисунок) Нарисуйте узор, который получится после наложения одной половинки прямоугольника на другую.

**Ответ:** см. рис. 1.



**рис. 1**

Критерии проверки.

«+» *Приведен верный ответ*

«±» *Приведен верный ответ при условии, что сгибали справа налево (см. рис. 2)*

«±» *Приведенный ответ отличается от рис. 1 или рис. 2 одной клеткой*

«+» *Приведенный ответ отличается от рис. 1 или рис. 2 двумя клетками*

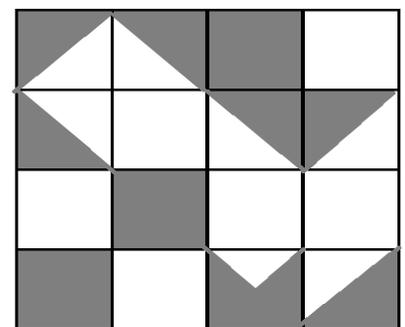
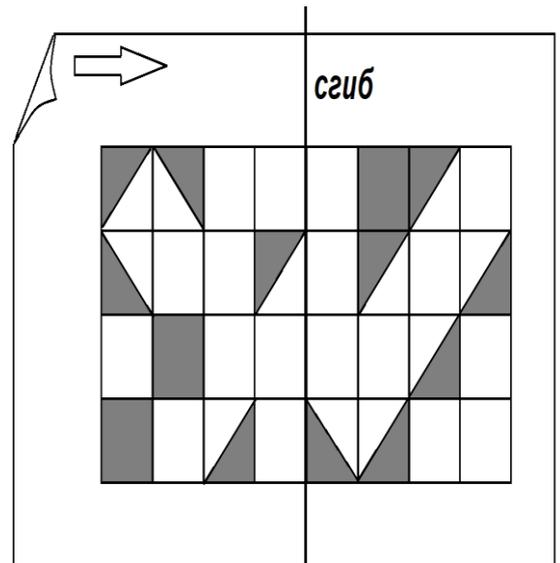
«-» *Приведенный ответ отличается от рис. 1 или рис. 2 тремя или более клетками, либо совсем неверен*

«-» *Задача не решена*

**6.3.** Каждый гоблин поочередно через день врет и говорит правду. Ровно неделю назад один гоблин высказал два утверждения: (1) «Вчера была среда»; (2) «Завтра будет четверг». Сегодня он высказал два других утверждения: (3) «Вчера была пятница» и (4) «Завтра будет выходной». Можно ли определить, какой сегодня день недели?

**Ответ.** можно.

**Решение.** Утверждения (1) «Вчера была среда» и (2) «Завтра будет четверг» не могут быть верными одновременно, значит, неделю назад гоблин лгал. Так как в неделе нечетное количество дней, то сегодня он говорит правду. Значит, вчера была пятница, тогда сегодня суббота.



**рис. 2**

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Указано, что сегодня суббота, но обоснование содержит пробел или неточность*

«∓» *Указано, что сегодня суббота, но обоснований нет или они неверные*

«-» *Приведен только ответ «можно», либо «нельзя»*

«-» *Задача не решена или решена неверно*

**6.4.** В колбу в первый день посадили один инопланетный вирус. На второй день количество вирусов удвоилось, на третий утроилось по сравнению с предыдущим днем, на четвертый – увеличилась в четыре раза, и так далее. Так продолжалось до 20-го дня, когда количество вирусов увеличилось в 20 раз. Можно ли все оказавшиеся в колбе вирусы рассадить в 21 пробирку поровну?

**Ответ:** можно

**Решение.** На 20-й день в колбе будет  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 20 = 20!$  вирусов. В этом произведении присутствуют множители 3 и 7, следовательно, оно делится на  $3 \cdot 7 = 21$ . Значит, все вирусы можно рассадить в 21 пробирку поровну.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«-» *Приведен только ответ «можно», либо «нельзя»*

«-» *Задача не решена или решена неверно*

**6.5.** Четыре гнома (Бомбур, Фили, Кили и Торин) соревновались в беге на скорость по волшебному лесу. Фили бежит в три раза быстрее Бомбура, а Кили – в два раза быстрее Фили. Фили, Кили и Бомбур пробежали от оврага до елки эстафетой, каждый по трети пути. Во сколько раз быстрее Бомбура должен бежать Торин, чтобы в одиночку проделать весь путь за такое же время?

**Ответ:** в два раза

**Решение.** Первый способ: Пусть Кили пробегает свою часть пути за одну единицу времени. Так как Фили бежит в два раза медленнее, то такое же расстояние он пробежит за две единицы времени. Аналогично, Бомбур пробежит свою часть пути за шесть единиц времени. Все вместе они пробегут от оврага до елки за  $6 + 2 + 1 = 9$  единиц времени. Таким образом, Торин должен пробежать весь путь за 9 единиц времени, то есть, каждый этап эстафеты – за 3 единицы времени. Следовательно, он должен бежать в  $6 : 3 = 2$  раза быстрее Бомбура.

Второй способ: Пусть скорость Бомбура  $v$  км/ч, тогда скорость Фили  $3v$  км/ч, а скорость Кили –  $6v$  км/ч. Пусть треть расстояния от елки до оврага составляет  $s$  км. Тогда на эстафету гномы затратят  $\frac{s}{v} + \frac{s}{3v} + \frac{s}{6v} = \frac{9s}{6v} = \frac{3s}{2v}$  часов. Торину нужно пробежать расстояние  $3s$  км за такое же время, значит его скорость должна составлять  $2v$  км/ч.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Верный ход решения, но при записи ответа перепутаны имена гномов*

«∓» *Верный ход рассуждений, но допущена вычислительная ошибка*

«∓» *Верный ответ получен, исходя из конкретного примера*

«∓» *Присутствует верная идея решения, но до конца оно не доведено*

«-» *Приведен только ответ*

«-» *Задача не решена или решена неверно*