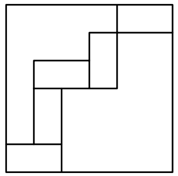
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 2.12.2018

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Числитель и знаменатель положительной дроби — натуральные числа. Если числитель увеличить на **3**, а знаменатель — на **2**, то значение дроби уменьшится. Приведите пример и покажите, как такое могло произойти.



2. Пять равных прямоугольников помещены в квадрат со стороной **18** см так, как показано на рисунке. Найдите длины сторон прямоугольника.

3. На лесопилку привезли трёхметровые и четырёхметровые брёвна. Их распилили на метровые куски, причём каждым распилом пилили ровно одно бревно. Сколько сделано распилов, если вначале было тридцать брёвен суммарной длины сто метров?

4. Четыре седьмых класса поехали на экскурсию. Когда 7А и 7Б пошли в музей, а 7В и 7Г — обедать в кафе, Марья Ивановна подсчитала, что в музее на **15** семиклассников больше, чем в кафе. А когда вечером 7А и 7В пошли в парк, а 7Б и 7Г — в театр, Марья Ивановна насчитала в парке на **8** семиклассников меньше, чем в театре. Умеет ли Марья Ивановна считать?

5. Нарисуйте шесть лучей так, чтобы они пересекались ровно в четырех точках, по три луча в каждой точке. Отметьте начала лучей жирными точками.

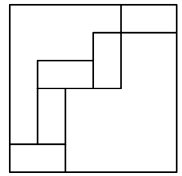
6. Пять подружек Соня, Таня, Лена, Галя и Вика родились в пяти городах: Риге, Пензе, Казани, Белгороде и Москве. Каждая из них любит конфеты, производимые в одном из этих городов. Известно, что никто не любит конфеты, произведенные в родном городе. Соня любит конфеты из Риги. Таня родом из Риги, у нее любимые конфеты из Пензы. Вика любит конфеты из Москвы. Галины любимые конфеты производят в Белгороде. Вика родом из Казани. Уроженка Пензы любит конфеты, сделанные на родине Лены. Кто из подруг родился в Москве?

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 2.12.2018

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Числитель и знаменатель положительной дроби — натуральные числа. Если числитель увеличить на **3**, а знаменатель — на **2**, то значение дроби уменьшится. Приведите пример и покажите, как такое могло произойти.



2. Пять равных прямоугольников помещены в квадрат со стороной **18** см так, как показано на рисунке. Найдите длины сторон прямоугольника.

3. На лесопилку привезли трёхметровые и четырёхметровые брёвна. Их распилили на метровые куски, причём каждым распилом пилили ровно одно бревно. Сколько сделано распилов, если вначале было тридцать брёвен суммарной длины сто метров?

4. Четыре седьмых класса поехали на экскурсию. Когда 7А и 7Б пошли в музей, а 7В и 7Г — обедать в кафе, Марья Ивановна подсчитала, что в музее на **15** семиклассников больше, чем в кафе. А когда вечером 7А и 7В пошли в парк, а 7Б и 7Г — в театр, Марья Ивановна насчитала в парке на **8** семиклассников меньше, чем в театре. Умеет ли Марья Ивановна считать?

5. Нарисуйте шесть лучей так, чтобы они пересекались ровно в четырех точках, по три луча в каждой точке. Отметьте начала лучей жирными точками.

6. Пять подружек Соня, Таня, Лена, Галя и Вика родились в пяти городах: Риге, Пензе, Казани, Белгороде и Москве. Каждая из них любит конфеты, производимые в одном из этих городов. Известно, что никто не любит конфеты, произведенные в родном городе. Соня любит конфеты из Риги. Таня родом из Риги, у нее любимые конфеты из Пензы. Вика любит конфеты из Москвы. Галины любимые конфеты производят в Белгороде. Вика родом из Казани. Уроженка Пензы любит конфеты, сделанные на родине Лены. Кто из подруг родился в Москве?

XXX Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова в феврале 2019 года. Приглашаются все желающие! Регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/matprazdnik/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 2.12.2018

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Можно ли расставить натуральные числа в клетки таблицы размером $\mathbf{7 \times 7}$ так, чтобы в любом квадрате $\mathbf{2 \times 2}$ и любом квадрате $\mathbf{3 \times 3}$ сумма чисел была нечетна?

2. Часть графика линейной функции, расположенная во второй координатной четверти, вместе с осями координат образует треугольник. Во сколько раз изменится его площадь, если угловой коэффициент функции в два раза увеличить, а свободный член в два раза уменьшить?

3. Высота $\boldsymbol{CH}$, опущенная из вершины прямого угла треугольника $\boldsymbol{ABC}$, делит биссектрису $\boldsymbol{BL}$ этого треугольника пополам. Найдите угол $\boldsymbol{BAC}$.

4. На острове *Лжецов и Рыцарей* расстановку по кругу называют правильной, если каждый, стоящий в кругу, может сказать, что среди двух его соседей есть представитель его племени. Однажды **2019** аборигенов образовали правильную расстановку по кругу. К ним подошел лжец и сказал: «Теперь мы вместе тоже можем образовать правильную расстановку по кругу». Сколько рыцарей могло быть в исходной расстановке?

5. У натурального числа $\boldsymbol{N}$ выписали все его делители, затем у каждого из этих делителей подсчитали сумму цифр. Оказалось, что среди этих сумм нашлись все числа от **1** до **9**. Найдите наименьшее значение $\boldsymbol{N}$.

6. Внутри острого угла расположен выпуклый четырёхугольник $\boldsymbol{ABCD}$. Оказалось, что для каждой из двух прямых, содержащих стороны угла, выполняется условие: сумма расстояний от вершин $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{C}$ до этой прямой равна сумме расстояний от вершин $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{D}$ до этой же прямой. Докажите, что $\boldsymbol{ABCD}$ — параллелограмм.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 2.12.2018

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Можно ли расставить натуральные числа в клетки таблицы размером $\mathbf{7 \times 7}$ так, чтобы в любом квадрате $\mathbf{2 \times 2}$ и любом квадрате $\mathbf{3 \times 3}$ сумма чисел была нечетна?

2. Часть графика линейной функции, расположенная во второй координатной четверти, вместе с осями координат образует треугольник. Во сколько раз изменится его площадь, если угловой коэффициент функции в два раза увеличить, а свободный член в два раза уменьшить?

3. Высота $\boldsymbol{CH}$, опущенная из вершины прямого угла треугольника $\boldsymbol{ABC}$, делит биссектрису $\boldsymbol{BL}$ этого треугольника пополам. Найдите угол $\boldsymbol{BAC}$.

4. На острове *Лжецов и Рыцарей* расстановку по кругу называют правильной, если каждый, стоящий в кругу, может сказать, что среди двух его соседей есть представитель его племени. Однажды **2019** аборигенов образовали правильную расстановку по кругу. К ним подошел лжец и сказал: «Теперь мы вместе тоже можем образовать правильную расстановку по кругу». Сколько рыцарей могло быть в исходной расстановке?

5. У натурального числа $\boldsymbol{N}$ выписали все его делители, затем у каждого из этих делителей подсчитали сумму цифр. Оказалось, что среди этих сумм нашлись все числа от **1** до **9**. Найдите наименьшее значение $\boldsymbol{N}$.

6. Внутри острого угла расположен выпуклый четырёхугольник $\boldsymbol{ABCD}$. Оказалось, что для каждой из двух прямых, содержащих стороны угла, выполняется условие: сумма расстояний от вершин $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{C}$ до этой прямой равна сумме расстояний от вершин $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{D}$ до этой же прямой. Докажите, что $\boldsymbol{ABCD}$ — параллелограмм.

LXXXII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 17 марта 2019 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 2.12.2018

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Отец и сын несут одинаковые банки консервов. Масса каждой банки выражается целым числом граммов, не меньшим чем **300**, но не большим чем **400**. Отец несёт **6** кг **500** г, а сын – **2** кг **600** г. Сколько банок у отца и сколько у сына?

2. Найдите все такие тройки чисел, что каждое число равно квадрату суммы двух остальных.

3. Придумайте, как разрезать контур квадрата со стороной **1** на четыре части и сложить из этих частей контур треугольника. Найдите площадь получившегося у вас треугольника. (*Толщины контур не имеет. Сгибать и разгибать части нельзя.*)

4. Двум мудрецам, А и Б, назначено испытание. Наутро их приведут в комнату, где на столе по кругу будут лежать шесть одинаковых с виду таблеток, из которых четыре безвредны, а две отравлены. Затем мудрецу А сообщат, какие таблетки отравлены, но передать информацию Б он уже не сможет. Мудрецы должны по очереди (начинает А) съедать по таблетке, пока не останется только две ядовитых. Как мудрецам заранее договориться, чтобы успешно пройти испытание?

5. На саммит съехались **2018** политиков. Каждые двое собирались провести переговоры без свидетелей. В какой-то момент оказалось, что среди любых четверых найдётся такой, который уже поговорил с тремя остальными. Какое наибольшее количество переговоров осталось провести?

6. В остроугольном треугольнике ABC проведена медиана BM. Точки P и Q — центры вписанных окружностей треугольников ABM и CBM соответственно. Докажите, что вторая точка пересечения описанных окружностей треугольников ABP и CBQ лежит на отрезке BM.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 1.02.2019 и 2.02.2019.
Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 17 марта 2019 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 2.12.2018

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Отец и сын несут одинаковые банки консервов. Масса каждой банки выражается целым числом граммов, не меньшим чем **300**, но не большим чем **400**. Отец несёт **6** кг **500** г, а сын – **2** кг **600** г. Сколько банок у отца и сколько у сына?

2. Найдите все такие тройки чисел, что каждое число равно квадрату суммы двух остальных.

3. Придумайте, как разрезать контур квадрата со стороной **1** на четыре части и сложить из этих частей контур треугольника. Найдите площадь получившегося у вас треугольника. (*Толщины контур не имеет. Сгибать и разгибать части нельзя.*)

4. Двум мудрецам, А и Б, назначено испытание. Наутро их приведут в комнату, где на столе по кругу будут лежать шесть одинаковых с виду таблеток, из которых четыре безвредны, а две отравлены. Затем мудрецу А сообщат, какие таблетки отравлены, но передать информацию Б он уже не сможет. Мудрецы должны по очереди (начинает А) съедать по таблетке, пока не останется только две ядовитых. Как мудрецам заранее договориться, чтобы успешно пройти испытание?

5. На саммит съехались **2018** политиков. Каждые двое собирались провести переговоры без свидетелей. В какой-то момент оказалось, что среди любых четверых найдётся такой, который уже поговорил с тремя остальными. Какое наибольшее количество переговоров осталось провести?

6. В остроугольном треугольнике ABC проведена медиана BM. Точки P и Q — центры вписанных окружностей треугольников ABM и CBM соответственно. Докажите, что вторая точка пересечения описанных окружностей треугольников ABP и CBQ лежит на отрезке BM.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 1.02.2019 и 2.02.2019.
Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 17 марта 2019 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 2.12.2018

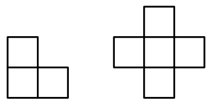
Работа рассчитана на **240** *минут*

1. График квадратичной функции $y = ax^2 + c$ пересекает оси координат в вершинах правильного треугольника. Чему равно ac?

2. На доске записано число **2018**. Игорь дописывает в конец этого числа такую цифру, чтобы получившееся число было кратно **11**, и делит его на **11**. Затем он дописывает подходящую цифру в конец полученного частного и делит его на **11**, и так далее. Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

3. Внутри треугольника ABC отмечена точка P. Биссектрисы углов BAC и ACP пересекаются в точке M, а биссектриса угла PBA и прямая, содержащая биссектрису угла BPC, пересекаются в точке N. Докажите, что точка пересечения прямых CP и AB лежит на прямой MN.

4. Квадрат со стороной **7** клеток полностью замостили трёхклеточными «уголками» и пятиклеточными «плюсиками» (см. рисунок). Какое наибольшее количество «плюсиков» могло быть использовано?



5. Найдите все пары $(x; y)$ действительных чисел, удовлетворяющие условиям: $x^3 + y^3 = 1$ и $x^4 + y^4 = 1$.

6. Стороны основания кирпича равны **28** см и **9** см, а высота **6** см. Улитка ползёт прямолинейно по граням кирпича из вершины нижнего основания в противоположную вершину верхнего основания. Горизонтальная и вертикальная составляющие ее скорости v_x и v_y связаны соотношением $v_x^2 + 4v_y^2 = 1$ (например, на верхней грани $v_y = 0$ см/мин, поэтому $v_x = v = 1$ см/мин). Какое наименьшее время может затратить улитка на своё путешествие?

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 2.12.2018

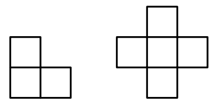
Работа рассчитана на **240** *минут*

1. График квадратичной функции $y = ax^2 + c$ пересекает оси координат в вершинах правильного треугольника. Чему равно ac?

2. На доске записано число **2018**. Игорь дописывает в конец этого числа такую цифру, чтобы получившееся число было кратно **11**, и делит его на **11**. Затем он дописывает подходящую цифру в конец полученного частного и делит его на **11**, и так далее. Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

3. Внутри треугольника ABC отмечена точка P. Биссектрисы углов BAC и ACP пересекаются в точке M, а биссектриса угла PBA и прямая, содержащая биссектрису угла BPC, пересекаются в точке N. Докажите, что точка пересечения прямых CP и AB лежит на прямой MN.

4. Квадрат со стороной **7** клеток полностью замостили трёхклеточными «уголками» и пятиклеточными «плюсиками» (см. рисунок). Какое наибольшее количество «плюсиков» могло быть использовано?



5. Найдите все пары $(x; y)$ действительных чисел, удовлетворяющие условиям: $x^3 + y^3 = 1$ и $x^4 + y^4 = 1$.

6. Стороны основания кирпича равны **28** см и **9** см, а высота **6** см. Улитка ползёт прямолинейно по граням кирпича из вершины нижнего основания в противоположную вершину верхнего основания. Горизонтальная и вертикальная составляющие ее скорости v_x и v_y связаны соотношением $v_x^2 + 4v_y^2 = 1$ (например, на верхней грани $v_y = 0$ см/мин, поэтому $v_x = v = 1$ см/мин). Какое наименьшее время может затратить улитка на своё путешествие?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 1.02.2019 и 2.02.2019.
Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 17 марта 2019 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 2.12.2018

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Число **890** обладает таким свойством: изменив любую его цифру на **1** (увеличив или уменьшив), можно получить число, кратное **11**. Найдите наименьшее трехзначное число, обладающее таким же свойством.

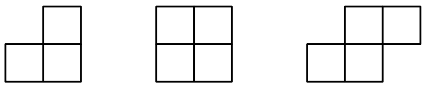
2. Известно, что $ab < 0$. Докажите, что

$$a^2 + b^2 + c^2 > 2ab + 2bc + 2ca.$$

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} \sin x \cos y = \sin z, \\ \cos x \sin y = \cos z \end{cases}$, если числа x, y и z лежат на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, $BC = CD$, $AC = c$, $\angle BAD = 2\alpha$. Найдите площадь этого четырёхугольника.

5. Клетчатую доску размером 7×7 склеили, используя фигурки трех видов (см. рисунок), не обязательно все. Сколько могло быть использовано фигурок, составленных из четырех клеток?



6. Дан тетраэдр $ABCD$, все грани которого являются подобными прямоугольными треугольниками с острыми углами при вершинах A и B. Ребро AB равно **1**. Найдите длину наименьшего ребра тетраэдра.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 1.02.2019 и 2.02.2019.
Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXI Московская математическая олимпиада:
http://olympiads.mccme.ru/mmo/
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/ommo
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 2.12.2018

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Число **890** обладает таким свойством: изменив любую его цифру на **1** (увеличив или уменьшив), можно получить число, кратное **11**. Найдите наименьшее трехзначное число, обладающее таким же свойством.

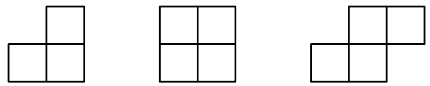
2. Известно, что $ab < 0$. Докажите, что

$$a^2 + b^2 + c^2 > 2ab + 2bc + 2ca.$$

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} \sin x \cos y = \sin z, \\ \cos x \sin y = \cos z \end{cases}$, если числа x, y и z лежат на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, $BC = CD$, $AC = c$, $\angle BAD = 2\alpha$. Найдите площадь этого четырёхугольника.

5. Клетчатую доску размером 7×7 склеили, используя фигурки трех видов (см. рисунок), не обязательно все. Сколько могло быть использовано фигурок, составленных из четырех клеток?



6. Дан тетраэдр $ABCD$, все грани которого являются подобными прямоугольными треугольниками с острыми углами при вершинах A и B. Ребро AB равно **1**. Найдите длину наименьшего ребра тетраэдра.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 1.02.2019 и 2.02.2019.
Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXI Московская математическая олимпиада:
http://olympiads.mccme.ru/mmo/
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/ommo
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.