

LXXXIII МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

1 марта 2020 года • 11 класс, 1 день

Задача 1. Приведите пример числа, делящегося на 2020, в котором каждая из десяти цифр встречается одинаковое количество раз.

Задача 2. Существует ли такая непериодическая функция f , определённая на всей числовой прямой, что при любом x выполнено равенство $f(x+1) = f(x+1)f(x) + 1$?

Задача 3. В остроугольном треугольнике ABC ($AB < BC$) провели высоту BH . Точка P симметрична точке H относительно прямой, соединяющей середины сторон AC и BC . Докажите, что прямая BP содержит центр описанной окружности треугольника ABC .

Задача 4. Из шахматной доски 8×8 вырезали 10 клеток. Известно, что среди вырезанных клеток есть как черные, так и белые. Какое наибольшее количество двухклеточных прямоугольников можно после этого гарантированно вырезать из этой доски?

Задача 5. Существует ли тетраэдр, в сечениях которого двумя разными плоскостями получаются квадраты 1×1 и 100×100 ?

Задача 6. На доске написаны $2n$ последовательных целых чисел. За ход можно разбить написанные числа на пары произвольным образом и каждую пару чисел заменить на сумму и разность чисел этой пары (не обязательно вычитать из большего числа меньшее, все замены происходят одновременно). Докажите, что на доске больше никогда не появятся $2n$ последовательных чисел.

XVIII устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 19 апреля.

Подробности — на странице olympiads.mcsme.ru/ustn/

Задачи, решения,
информация о втором дне и о закрытии 22 марта
LXXXIII Московской математической олимпиады —
на сайте mcsme.ru/mmo/