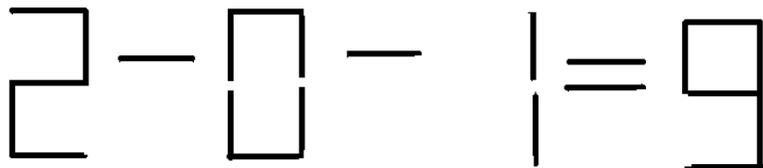


5 класс

5.1. Переложите одну спичку так, чтобы получилось верное равенство:



Ответ: $2 - 0 + 1 = 3$.

Критерии проверки.

«+» *Приведен верный ответ*

«±» *Приведены несколько ответов, среди которых есть как верный, так и неверные*

«-» *Приведен неверный ответ или задача не решена*

5.2. На клетчатой доске сидели 5 разноцветных жуков: красный, оранжевый, желтый, зеленый и синий (см. рисунок, цвета жуков обозначены буквами). Покажите, каким образом каждому жуку переползти в соседнюю по стороне клетку так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце находилось ровно по одному жуку. Для этого нарисуйте новое расположение жуков.

	К	О	Ж	
			С	
		З		

Ответ: например, см. рис. 5.2.

Существуют и другие примеры.

Рис. 5.2

Критерии проверки.

«+» *Приведен верный ответ*

«±» *Приведены несколько ответов, среди которых есть как верный, так и неверные*

«+» *Приведен ответ, в котором в каждой строке и в каждом столбце находится ровно один жук, но есть жуки, оставленные на своих местах*

«-» *Приведен неверный ответ или задача не решена*

		О		
К				
			Ж	
				С
	З			

5.3. На праздник пришло несколько детей, некоторые из них были с мамами, всего 56 человек. Оказалось, что детей, пришедших без мам, на 10 меньше, чем остальных детей. Сколько мам пришло на праздник? (Без детей мамы не приходили, у каждой мамы на празднике по одному ребенку.)

Ответ: 22 мамы.

Решение. Первый способ. Позовём на праздник еще 10 детей без мам. Тогда всего на празднике будет 66 человек, а детей без мам станет столько же, сколько и детей с мамами, и столько же, сколько мам. Значит, мам $66 : 3 = 22$.

Второй способ. Пусть x детей пришли без мам, тогда $x + 10$ детей пришли с мамами. Зная, что всего пришло 56 человек, составим уравнение $x + 2(x + 10) = 56$, откуда $x = 12$. Тогда мам: $12 + 10 = 22$.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Приведено верное рассуждение, но допущена вычислительная ошибка*

«+» *Приведён только ответ или ответ с последующей проверкой*

«-» *Задача не решена или решена неверно*

5.4. Среди пяти гномов некоторые всегда говорят правду, а остальные всегда лгут. Однажды гном Ай каждому из гномов Ой и Ух сказал: «Ты правдивый», а каждому из гномов Эх и Ых сказал: «Ты лгун». Кем, правдивым или лгуном, назвал бы гном Ой каждого из остальных четырёх гномов?

Ответ: Ай – правдивый, Ух – правдивый, Эх – лгун и Ых – лгун.

Решение. Если Ай сказал правду, то и Ой говорит правду, поэтому он назовёт гнома Ай правдивым. Значит, остальных гномов Ой назовёт так же, как их назвал Ай.

Если же Ай солгал, то Ой – лгун, и он соврёт, назвав гнома Ай правдивым. Про остальных гномов Ой точно так же соврёт, как и Ай.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» Доказано, что гномов Ух, Эх и Ых гном Ой назовёт так же, как и Ай, но про Ай вывод не сделан

«∓» Верно определено только то, как Ой назовёт гнома Ай

«—» Задача не решена или решена неверно

5.5. У слоника есть красные, синие и желтые шарики – по 10 штук каждого цвета. Он может их обменивать: за 4 желтых получить 5 синих, за красный и синий получить два желтых, а за желтый и синий – два красных. Как слонику увеличить количество шариков каждого цвета?

Решение. Заметим, что суммарное количество шариков увеличивает только первый обмен; повысим его эффективность: за 2 красных и 2 синих шарика можно получить 4 желтых, которые можно далее обменять на 5 синих. В результате этой операции у слоника станет на 2 красных шарика меньше, но на 3 синих шарика больше. Действия слоника опишем таблицей:

К	С	Ж	
10	10	10	Выполним пять вышеуказанных операций
0	25	10	Так как в сумме шариков стало 35, то далее можно использовать обмены второго и третьего видов, чтобы добиться нужного распределения шариков по цветам. Теперь обменяем 8 желтых и 8 синих на 16 красных шариков
16	17	2	В завершение процесса обменяем 5 красных и 5 синих на 10 желтых шариков
11	12	12	Таким образом, слоник увеличит количество шариков каждого вида

Критерии проверки.

«+» Приведено полное обоснованное решение

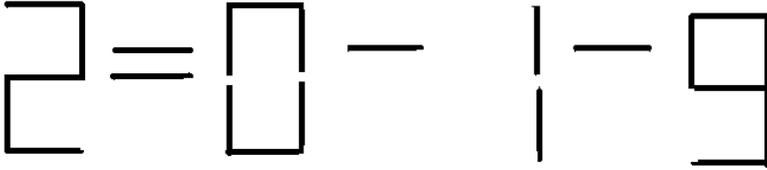
«±» Приведено нечёткое описание верного алгоритма, например, пропущены какие-то не совсем очевидные шаги

«∓» В результате применения описанного алгоритма увеличивается количество шариков только одного или двух цветов, а количество шариков остальных цветов не изменяется

«—» Задача не решена или решена неверно

6 класс

6.1. Переложите одну спичку так, чтобы получилось верное равенство:



Ответ: например, $2 = 8 - 1 - 5$ или $2 = 0 - 1 + 3$.

Критерии проверки.

«+» Приведен верный ответ

«±» Приведены несколько ответов, среди которых есть как верный, так и неверные

«-» Приведен неверный ответ или задача не решена

6.2. На клетчатой доске сидели 6 разноцветных жуков: красный, оранжевый, желтый, зеленый, синий и фиолетовый (см. рисунок, цвета жуков обозначены буквами). Покажите, каким образом каждому жуку переползти в соседнюю по стороне клетку так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце находилось ровно по одному жуку. Для этого нарисуйте новое расположение жуков.

	К	О	Ж		
	З				
				С	Ф

Ответ: например, см. рис. 6.2.

Существуют и другие примеры.

Критерии проверки.

Рис. 6.2

«+» Приведен верный ответ

«±» Приведены несколько ответов, среди которых есть как верный, так и неверные

«∓» Приведен ответ, в котором в каждой строке и в каждом столбце находится ровно один жук, но есть жуки, оставленные на своих местах

«-» Приведен неверный ответ или задача не решена

		О			
К					
			Ж		
					Ф
	З				
				С	

6.3. Наручные часы гнома Торопыжки каждый час убегают вперед на 2 минуты, а наручные часы гнома Тянушки отстают каждый час на 1 минуту. Вчера Торопыжка и Тянушка выставили на часах одно и то же правильное время. Когда они проснулись сегодня, часы Торопыжки показывали 8:20, а часы Тянушки – 7:50. Сколько времени было на самом деле в тот момент, они проснулись?

Ответ: 8:00.

Решение. Первый способ. Каждый час показания часов расходятся на три минуты, а в момент пробуждения они отличаются на 30 минут. Значит, с момента выставления гномами правильного времени прошло $30 : 3 = 10$ часов. За это время часы Тянушки отстали на 10 минут, а часы Торопыжки убежали вперед на 20 минут. Следовательно, правильное время – 8:00.

Второй способ. Ошибки на часах Торопыжки и Тянушки относятся как 2 : 1. В момент пробуждения показания часов отличаются на 30 минут, следовательно часы Торопыжки в это время спешат на 20 минут, а часы Тянушки отстают на 10 минут. Следовательно, правильное время – 8:00.

Критерии проверки.

«+» Приведено полное обоснованное решение

«±» Приведено верное рассуждение, но допущена вычислительная ошибка

«∓» Приведён только ответ или ответ с последующей проверкой

«-» Задача не решена или решена неверно

6.4. У слоника есть красные, синие и желтые шарики – по 10 штук каждого цвета. Он может их обменивать: за 4 желтых получить 5 синих, за красный и синий получить два желтых, а за желтый и синий – два красных. Сможет ли слоник добиться того, чтобы количество шариков каждого цвета у него стало больше, чем 100? (Если не сможет, то объясните почему, если сможет, то покажите как.)

Ответ: сможет.

Решение. Заметим, что суммарное количество шариков увеличивает только первый обмен; повысим его эффективность: за 2 красных и 2 синих шарика можно получить 4 желтых, которые можно далее обменять на 5 синих. В результате этой операции у слоника станет на 2 красных шарика меньше, но на 3 синих шарика больше. Действия слоника опишем таблицей, записывая в нее *изменение* количества шариков каждого цвета по сравнению с первоначальным их количеством.

К	С	Ж	
0	0	0	Выполним пять вышеуказанных операций
-10	+15	0	Теперь обменяем 8 желтых и 8 синих на 16 красных шариков
+6	+7	-8	В завершение процесса обменяем 5 красных и 5 синих на 10 желтых шариков
+1	+2	+2	Таким образом, слоник увеличит количество шариков каждого вида

Этот процесс можно выполнить неограниченное число раз, так как изначально у слоника есть хотя бы 10 красных и хотя бы 8 желтых шариков, а далее их количество только растёт. Так, после 91-кратного выполнения этого процесса у слоника будет 101 красный и по 192 синих и желтых шарика.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Приведено нечёткое описание верного алгоритма, например, пропущены какие-то не совсем очевидные шаги*

«∓» *В результате применения описанного алгоритма увеличивается количество шариков только одного или двух цветов, а количество шариков остальных цветов не изменяется*

«-» *Задача не решена или решена неверно*

6.5. Под Новый год на лесной опушке собрались лисята, зайчата и бельчата. Всего 80 зверей, причем бельчат было вдвое больше, чем зайчат. Все зверята дарили друг другу подарки. Каждый зайчонок подарил на один подарок больше, чем получил, а каждый бельчонок подарил на два подарка больше, чем получил. Зато каждый лисёнок подарил на пять подарков меньше, чем получил. Сколько бельчат пришло на лесную опушку под Новый год?

Ответ: 40 бельчат.

Решение. Первый способ. Заметим, что один зайчонок и два бельчонка обеспечивают «избыточными» подарками одного лисенка. Следовательно, лисят столько же, сколько и зайчат, и в два раза меньше, чем бельчат. Значит, бельчата составляют половину всех зверей, то есть их $80 : 2 = 40$.

Второй способ. Пусть x – количество зайчат, тогда бельчат – $2x$, а лисят: $80 - (x + 2x) = 80 - 3x$. Осознав, что «избыток» полученных подарков должен равняться «избытку» подаренных, составим уравнение: $x + 2 \cdot 2x = 5(80 - 3x)$, откуда $x = 20$. Следовательно, бельчат: $20 \cdot 2 = 40$.

Критерии проверки.

«+» *Приведено полное обоснованное решение*

«±» *Приведено верное рассуждение, но допущена вычислительная ошибка*

«∓» *Приведён только ответ или ответ с последующей проверкой*

«-» *Задача не решена или решена неверно*