Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап · 7 класс · 1.12.2019

Работа рассчитана на 180 минут

1. Запишите десять раз число 1,11 и одиннадцать раз число 1,01. Зачеркните одно или несколько чисел так, чтобы сумма оставшихся чисел была равна 20,19.

2. Расположите на плоскости точки A, B, C, D и E так, чтобы можно было указать ровно восемь треугольников с вершинами в отмеченных точках. Перечислите эти треугольники.

3. В поезде 18 одинаковых вагонов. В некоторых вагонах свободна ровно половина мест, в некоторых других — ровно треть мест, а в остальных заняты все места. При этом во всём поезде свободна ровно одна девятая всех мест. В скольких вагонах все места заняты?

4. У бабушки в саду созрели яблоки: антоновка, грушовка и белый налив. Если бы антоновки было втрое больше, то суммарное количество яблок выросло бы на 70%. Если бы втрое больше было грушовки, то оно выросло бы на 50%. На сколько процентов изменилось бы суммарное количество яблок, если бы втрое больше было белого налива?

5. У Веры есть 27 кубиков с ребром 1 см: 9 красных и 18 синих. Она сложила из них куб с ребром 3 см. Может ли на поверхности куба количество красных квадратиков со стороной 1 см равняться количеству таких же синих?

6. В каждой клетке квадрата размером 5×5 клеток провели ровно одну диагональ. Вершина клетки свободна, если она не является концом никакой из проведённых диагоналей. Найдите наибольшее возможное количество свободных вершин.

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап · 8 класс · 1.12.2019

Работа рассчитана на 240 минут

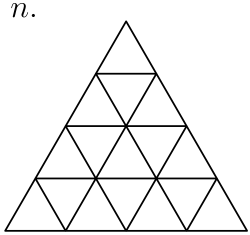
1. Петя ошибся, записывая десятичную дробь: цифры записал верно, а запятую сдвинул на одну позицию. В результате получилось число, которое меньше нужного на 19,71. Какое число должен был записать Петя?

2. На скотном дворе живут шесть животных. Лошадь съедает копну сена за 1,5 дня, бык — за 2 дня, корова — за 3 дня, телёнок — за 4 дня, баран — за 6 дней, а коза — за 12 дней. Объясните, каким образом можно разбить данных животных на две группы так, чтобы этим группам хватало одной копны сена на одно и то же время.

3. Известно, что $\dfrac{1}{3a} + \dfrac{2}{3b} = \dfrac{3}{a+2b}$. Докажите, что $a = b$.

4. Точка E — середина стороны AB параллелограмма $ABCD$. На отрезке DE нашлась такая точка F, что $AD = BF$. Найдите величину угла CFD.

5. Кузя разрезал выпуклый бумажный 67-угольник по прямой на два многоугольника, затем таким же образом разрезал один из двух получившихся многоугольников, затем — один из трёх получившихся, и так далее. В итоге у него получилось восемь n-угольников. Найдите все возможные значения n.



6. Треугольник разбит на треугольные ячейки так, как показано на рисунке. В каждую ячейку вписали натуральное число. Для каждой стороны треугольника есть четыре слоя, параллельных этой стороне, содержащие семь, пять, три и одну ячейку соответственно. Оказалось, что сумма чисел в каждом из этих двенадцати слоёв — простое число. Какова наименьшая возможная сумма всех записанных чисел?

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап · 9 класс · 1.12.2019

Работа рассчитана на 240 *минут*

1. Парабола $y = 20x^2 + 19x$ и прямая $y = 20x + 19$ пересекаются в двух точках. Верно ли, что график функции $y = 20x^3 + 19x^2$ проходит через эти же две точки?

2. Дана равнобокая трапеция с основаниями 4 и 12 и высотой 4. Можно ли разрезать её на три части и сложить из этих частей квадрат?

3. Число 2019 представили в виде суммы различных нечётных натуральных чисел. Каково наибольшее возможное количество слагаемых?

4. На полуокружности с диаметром AD отмечены точки B и C. Точка M — середина отрезка BC. Точка N такова, что M — середина отрезка AN. Докажите, что прямые BC и DN перпендикулярны.

5. В шахматном турнире в один круг участвовало два мальчика и несколько девочек. Мальчики набрали на двоих 8 очков, в то время как все девочки набрали очков поровну. Сколько девочек могло участвовать в турнире? (Победа — 1 очко, ничья — 0,5 очка, поражение — 0 очков.)

6. Найдите такое наибольшее n, что сумма четвёртых степеней любых n простых чисел, больших 10, делится на n.

III (региональный) этап Всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2020 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 1 марта 2020 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте **http://olympiads.mccme.ru/mmo/**

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап · 10 класс · 1.12.2019

Работа рассчитана на 240 минут

1. Корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ — целые числа, отличные от нуля. Докажите, что число $p^2 + (q-1)^2$ составное.

2. Можно ли квадрат со стороной 8 полностью покрыть двумя кругами диаметра 9?

3. Пусть n — натуральное число. Какая цифра стоит сразу после запятой в десятичной записи числа $\sqrt{n^2+n}$?

4. Вписанная окружность треугольника ABC касается стороны AC в точке D. Вторая окружность проходит через точку D, касается луча BA в точке A и, кроме того, касается продолжения стороны BC за точку C. Найдите отношение $AD : DC$.

5. У царя восемь сыновей, и все дураки. Каждую ночь царь отправляет троих из них стеречь золотые яблоки от жар-птицы. Поймать жар-птицу царевичи не могут, винят в этом друг друга, и поэтому никакие двое не соглашаются пойти вместе в караул второй раз. Какое наибольшее количество ночей это может продолжаться?

6. Петя разложил карточки с числами от 1 до 10 в ряд в каком-то порядке, затем для каждой пары соседних карточек записал число $\dfrac{1}{x+y}$, где x и y — числа на этих карточках. Докажите, что сумма записанных Петей чисел больше, чем 0,75.

III (региональный) этап Всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2020 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 1 марта 2020 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте **http://olympiads.mccme.ru/mmo/**

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап · 11 класс · 1.12.2019

Работа рассчитана на 240 минут

1. Можно ли из всех прямоугольников размерами 1×1, 1×3, $1 \times 5, \ldots, 1 \times 2019$, взятых по одному разу, сложить прямоугольник, каждая сторона которого больше 1?

2. В треугольной пирамиде $SABC$ боковое ребро SA перпендикулярно основанию ABC. Известно, что биссектрисы плоских углов BAC и BSC пересекаются. Докажите, что углы ABC и ACB равны.

3. Решите уравнение: $|\sin x - \sin y| + \sin x \cdot \sin y = 0$.

4. Какое наименьшее количество клеток нужно отметить на доске размером 8×9 так, чтобы среди любых пяти подряд идущих клеток по горизонтали, вертикали или диагонали была отмеченная клетка?

5. При каких натуральных n существуют натуральные a и b такие, что $n! = 2^a + 2^b$?

6. В треугольнике ABC построена точка D, симметричная центру I вписанной окружности относительно центра O описанной окружности. Докажите, что $AD^2 = 4R^2 - AB \cdot AC$, где R — радиус описанной окружности треугольника ABC.

III (региональный) этап Всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2020 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXXIII Московская математическая олимпиада: **http://olympiads.mccme.ru/mmo/**
Объединенная межвузовская математическая олимпиада: **http://olimpiada.ru/ommo/**

Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.