Всероссийская математическая олимпиада для восьмиклассников

И.С. Рубанов, координатор олимпиады имени Леонарда Эйлера, г. Киров

С 1960-х годов для восьмиклассников проводились все этапы Всесоюзной, а позднее Всероссийской олимпиады по математике, кроме заключительного. В 2007 году для них был проведён и заключительный этап. Но затем маятник резко качнулся в другую сторону: Положением о Всероссийской олимпиаде, принятым в 2007 году, было определено, что региональный и заключительный этапы олимпиады по всем предметам проводятся только для учащихся 9-11 классов, а Центральный оргкомитет олимпиады, «заботясь о здоровье» восьмиклассников, даже запретил допускать их к участию в заключительном этапе олимпиады за 9 класс[1].

Идея восполнить эти потери, организовав для восьмиклассников математическую олимпиаду в формате, близком к формату Всероссийской, носилась в воздухе, и автор этих строк с коллегами взялся её реализовать. Так осенью 2008 года была учреждена олимпиада имени Леонарда Эйлера, ставшая за прошедшие годы традиционной.[2] Её бессменными организаторами и спонсорами (олимпиада бесплатна для участников) являются АНОО «Вятский центр дополнительного образования» (ВЦДО, г. Киров) и Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО).[3] Руководящим органом олимпиады является Координационный совет, куда входят Н. Х. Агаханов, И. С. Рубанов и И. В. Ященко, текущей работой по проведению олимпиады руководит её координатор. Методический совет олимпиады, куда входит около 20 человек, занимается составлением вариантов и вопросами отбора участников.[4]

Олимпиада им. Эйлера — открытая. Ежегодно в ней участвуют харьковчане, I олимпиада параллельно проводилась в Болгарии и Грузии; с 2009/10 году олимпиада на регулярной основе проводится в Казахстане, Литве и Болгарии, а с 2012/13 учебного года — ещё и в Монголии; в

---

[1] Это приводило, в частности, к странной практике формального перевода на время олимпиады в 9 класс восьмиклассников, прошедших на заключительный этап по 9 классу, действующим ныне Порядком проведения олимпиады устранено, но регионального и заключительного этапов для восьмиклассников и этот Порядок не предусматривает.

[2] Положение и другую информацию об олимпиаде можно найти в Интернете на сайте олимпиады http://www.matol.ru/

[3] В 2008 году коспонсором олимпиады было ещё ООО «Компания Яндекс», оказавшее олимпиаде также информационную поддержку

[4] В тесном сотрудничестве с Методической комиссией по математике Всероссийской олимпиады, что несложно, поскольку их составы сильно пересекаются.

российском заключительном этапе II–VI олимпиад по приглашению организаторов участвовали также школьники из Белграда.

Олимпиада проводится в три этапа, соответствующие по уровню трудности задач муниципальному, региональному и заключительному этапам Всероссийской олимпиады. В первом, *дистанционном* этапе могут участвовать все желающие восьмиклассники и учащиеся более младших классов, зарегистрировавшиеся в Интернете на сайте олимпиады. Он проводится в декабре в несколько туров, чтобы каждый участник мог выбрать удобное для себя время. Для приглашения на второй, региональный этап достаточно набрать проходной балл хотя бы в одном из туров.

Задания каждого тура в объявленное время публикуются в интернете на официальном сайте олимпиады **matol.ru**. Не позднее, чем через 6 часов после публикации каждый участник тура должен отсканировать, сфотографировать либо набрать в текстовом редакторе свою работу и отправить получившиеся файлы на проверку электронной почтой. Со II олимпиады у участников появилась возможность работать в личных интернет-кабинетах (что и делает более трёх четвертей участников), откуда решения отправляются на проверку автоматически.

Туры дистанционного этапа проводятся главным образом по свежим заданиям различных местных олимпиад: так, в VII олимпиаде варианты туров дистанционного этапа формировались на базе заданий муниципального этапа Кировской области, олимпиады им. Анисимовой (г. Ижевск) и Омской городской олимпиады им. Кукина[5].

В дистанционном этапе принимают участие порядка 3000 и более школьников из более чем половины регионов России. Кроме Интернета важнейшую роль в пропаганде олимпиады играют учителя и руководители кружков, работающие с одарёнными. Несколько десятков из них получили статус *доверенных лиц* Координационного совета олимпиады с правом проводить туры дистанционного этапа для своих подопечных в очном режиме обычной олимпиады, а во многих случаях — и правом первичной проверки работ.

Второй, *региональный* этап в последние годы проводится в 35-45 регионах России и собирает до 1000 и более участников. Кроме набравших проходной балл участников дистанционного этапа сюда приглашаются лучшие участники различных математических соревнований, которые Координационный совет, будучи уверенным в достаточном уровне вариантов

[5] Результаты этих соревнований шли их участникам и в зачёт соответствующего тура олимпиады им. Эйлера. Для проведения дистанционного этапа в разные годы использовались также варианты окружного этапа Московской олимпиады, муниципального этапа Санкт-Петербургской олимпиады и олимпиады Санкт-Петербургской ЮМШ.

и качестве проверки работ, признаёт *выводящими*: Турнира городов, окружных олимпиад и Математического праздника в Москве, муниципального этапа Всероссийской олимпиады в Санкт-Петербурге и ряде других регионов России, личных олимпиад Уральских турниров юных математиков, Кубка памяти А.Н. Колмогорова, Кировской Летней многопредметной школы, олимпиад им. Анисимовой в Ижевске и им. Кукина в Омске, Новосибирской устной олимпиады, олимпиады Санкт-Петербургской ЮМШ и некоторых других. Учёт результатов выводящих соревнований повышает качество и справедливость отбора на региональный этап.

Региональный этап является очным и в большинстве регионов проводился постоянными региональными координаторами. Там, где таких координаторов нет, мы обращаемся за помощью к органам управления образованием и школам, а в редких случаях, когда там поддержки найти не удаётся — к родителям участников. Словчить при этом никто ни разу не пытался.

Работы регионального этапа проверялись и оценивались по единым критериям Методического совета олимпиады. Лучшие работы из регионов, где была организована их местная проверка, и все — из регионов, где её не было, сканировались и направлялись электронной почтой в Центральное жюри. Поскольку в него вошли представители различных регионов России, проверка велась в интернете. Были опасения, что такая проверка затянется, но удалось придумать достаточно эффективную схему её организации, позволяющую провести её за 2-3 недели. При этом каждая работа, автор которой имеет шансы пройти на заключительный этап, проверяется дважды, а в сложных и спорных случаях — трижды.

Региональный этап проходит в те же дни и по тем же вариантам, по которым проходят региональные математические олимпиады для восьмиклассников в большинстве регионов России, где они были сохранены (отметим, что в нескольких случаях толчок к такому сохранению дало именно появление нашей олимпиады). Участникам таких региональных олимпиад их результаты идут и в зачёт олимпиады им. Эйлера при условии их перепроверки Центральным жюри по единым критериям.

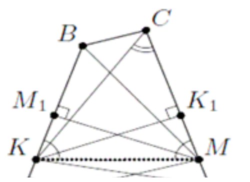
Заключительный этап, куда приглашаются набравшие проходной балл участники регионального этапа, а также победители Московской и Санкт-Петербургской традиционных городских олимпиад для 8 классов, проводится в конце марта синхронно в Кирове, Москве, одном из городов Сибири (пока — по очереди в Омске, Новосибирске и Барнауле) и Санкт-Петербурге и собирает около 200 участников, среди которых обычно примерно 80% — восьмиклассники, 15-20% — семиклассники и несколько шестиклассников.

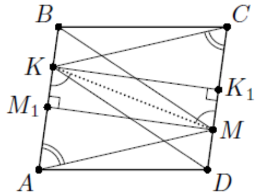
Они распределяются между финалами по территориальному принципу с учётом личных пожеланий; в каждом локальном финале участвует от 20 до 70 человек. Непростая задача унификации критериев оценки решений и награждения между четырьмя локальными жюри своевременно и успешно решается с помощью электронной переписки и телефонных переговоров. Победители и призёры заключительного этапа награждаются дипломами организаторов и сертификатами на покупку книг в книжном магазине МЦНМО (покупки, естественно, могут совершаться и по интернету). Отчёт об олимпиаде, задания с решениями и результаты финалов публикуются на сайте matol.ru. Там же можно найти задания и решения прошлых лет. Вот некоторые из них.

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ некоторая точка диагонали AC принадлежит серединным перпендикулярам к сторонам AB и CD, а некоторая точка диагонали BD принадлежит серединным перпендикулярам к сторонам AD и BC. Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник. (Н. Агаханов, I олимпиада, региональный этап, задача 7).

Решение. Пусть M — указанная точка на диагонали AC. Тогда, по свойству серединных перпендикуляров, $MA = MB$ и $MC = MD$. Поэтому $BD \leq BM + MD = AM + MC = AC$. Аналогично рассуждая для другой пары серединных перпендикуляров, получаем, что $AC \leq BD$. Значит, $BD = AC$, и все неравенства обратились в равенства. Это означает в частности, что $BD = BM + MD$; это выполняется только тогда, когда M лежит на диагонали BD, то есть M — точка пересечения AB и CD; при этом она должна лежать на серединных перпендикулярах ко всем сторонам четырехугольника $ABCD$. Значит, его диагонали делятся точкой пересечения пополам (то есть $ABCD$ — параллелограмм) и равны. Значит, $ABCD$ — прямоугольник.

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$, в котором $AB = CD$, на сторонах AB и CD выбраны точки K и M соответственно. Оказалось, что $AM = KC$, $BM = KD$. Докажите, что угол между прямыми AB и KM равен углу между прямыми KM и CD. (С. Берлов, V олимпиада, заключительный этап, задача 6)





Решение. Треугольники ABM и CDK равны по трём сторонам, значит, равны и их высоты KK_1 и MM_1. Если они равны KM, то они совпадают с KM, и утверждение задачи очевидно. Если же эти высоты меньше KM, то прямоугольные треугольники KK_1M и MM_1K равны по гипотенузе и катету; значит, равны их углы K_1MK и M_1KM, что и требовалось доказать. На рисунках справа показаны два возможных случая взаимного расположения треугольников KK_1M и MM_1K.

На сотом году правления Казначей Бессмертный решил начать выпускать новые монеты. В этом году он выпустил в обращение неограниченный запас монет достоинством $2^{100}–1$, на следующий год — достоинством $2^{101}–1$, и т.д. Как только достоинство очередной новой монеты можно будет без сдачи набрать выпущенными ранее новыми монетами, Казначея сместят. На каком году его правления это случится? (И. Богданов, VI олимпиада, заключительный этап, задача 3)

Ответ. На двухсотом. **Решение**. Пусть на k-ом году правления $2^k–1$ можно набрать выпущенными ранее монетами: $2^k–1 = a_1+\ldots+a_n = N–n$, где N — сумма степеней двойки, каждое из слагаемых в которой делится на 2^{100}. Так как 2^k тоже делится на 2^{100}, на 2^{100} должно делиться и число $n–1$. Так как $n > 1$, получаем $n \geq 2^{100}+1$, откуда $2^k–1 \geq (2^{100}–1)(2^{100}+1) \geq 2^{200}–1$, то есть $k \geq 200$, и раньше 200-го года Казначея не сместят. А на 200-ом году сместят, так как $2^{200}–1 = (2^{100}+1)(2^{100}–1)$.

*****

История проведения олимпиады им. Эйлера, данные о числе и географии её участников и доверенных лиц, участвовавших в её проведении, позволяют сделать два вывода. Во-первых, всероссийская математическая олимпиада высокого уровня для учащихся 7-8 классов широко востребована как школьниками, так и учителями, о чём говорит и сохранение во многих регионах региональных математических олимпиад для восьмиклассников, а в некоторых — и для семиклассников. Во-вторых, проведение без всякой государственной поддержки олимпиады, сравнимой по масштабу с официальной Всероссийской, свидетельствует, что *в России существует дееспособное и активное сообщество педагогов и наставников математически одарённых детей*: без его деятельного участия олимпиада погибла бы в зародыше. К сожалению, потенциал этого сообщества в проведении Всероссийской математической олимпиады школьников практически не задействован.

Литература

[1] Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский, И.С. Рубанов. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 3. М.: «Просвещение», 2011. — с. 98-122.

[2] Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский, И.С. Рубанов. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 4. М.: «Просвещение», 2011. — с. 189-208.

[3] И.С. Рубанов. Всероссийская математическая олимпиада для восьмиклассников. «Математика». Приложение к газете «Первое сентября». 2009, №15

[4] Всероссийская математическая олимпиада имени Леонарда Эйлера. «Квант». 2009, №5, с. 48.

[5] Официальный сайт олимпиады matol.ru.