9 класс

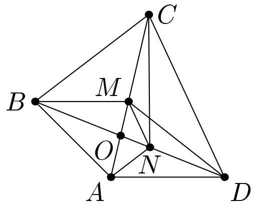
1. **Ответ:** да, существует.

Например, числа 5, 401 и 1599 единиц.

− приведен ответ «да» без примера

2. $y(1) = 1 + a + b = 2006$. Следовательно, каждый из данных графиков проходит через точку с координатами (1; 2006).

3. Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника. Тогда точка M лежит на отрезке OC, а точка N — на отрезке OD. В трапеции (или параллелограмме) $ABMD$: $\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{OM}{OA}$. Аналогично, в трапеции (или параллелограмме) $ANCB$: $\dfrac{ON}{OB} = \dfrac{OA}{OC}$. Перемножая эти равенства почленно, получим $\dfrac{ON}{OD} = \dfrac{OM}{OC}$. Следовательно, треугольники MON и COD подобны, то есть $MN \| CD$.



4. **Ответ:** 30%.

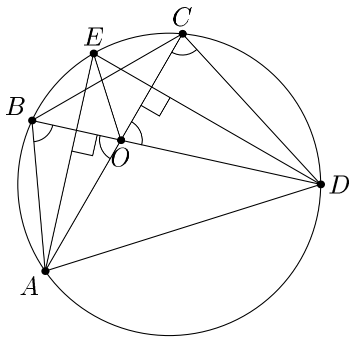
Пусть $x\%$ жителей острова составляют лжецы. Тогда $(100 - x)\%$ составляют рыцари. Так как каждый рыцарь утвердительно ответил ровно на один из вопросов, а каждый лжец — на три, то $(100 - x) + 3x = 40 + 30 + 50$, откуда $x = 10$.

Так как ни один из жителей острова не сказал, что болеет за ЦСКА, то все лжецы болеют за ЦСКА. Каждый из них заявил, что болеет за «Спартак», поэтому действительно болеют за «Спартак» $40\% - 10\% = 30\%$ жителей.

$\mp$ *верно найдено только количество лжецов*

$\mp$ *приведён только верный ответ без обоснований*

5. $\angle DCA = \angle ABD$ (вписанные, опирающиеся на одну дугу, см. рисунок). Из того, что $AB = AO$, следует, что $\angle ABD = \angle AOB = \angle COD$. Следовательно, треугольник CDO равнобедренный с основанием OC. Так как точка E — середина дуги BC, то она лежит на биссектрисах вписанных углов BAC и CDB. Так как треугольники BAO и CDO равнобедренные, то $AE \perp OB$, $DE \perp OC$. Рассмотрим треугольник AOD. Две его высоты лежат на прямых AE и DE, то есть E — точка пересечения высот треугольника. Следовательно, третья высота треугольника лежит на прямой EO, то есть $EO \perp AD$.



6. **Ответ:** $n = 3$ или $n = 21$.

Из условия следует, что все записанные числа неотрицательны. Пусть a — наибольшее из этих чисел (если таких несколько, то выберем любое из них); b, c, d и e — числа, следующие за ним по кругу. По условию $a = |b - c|$, что возможно, только если одно из чисел b или c равно a, а другое равно нулю. Если $b = a$, $c = 0$, то $d = e = a$ и так далее. Если же $b = 0$, $c = a$, то $d = a$, $e = 0$ и так далее. Таким образом, записанные числа таковы: $a, a, 0, a, a, 0, \ldots, a, a, 0$. Их сумма равна $2ma$, где m — количество нулей. Из равенства $2ma = 14$ следует, что $ma = 7$, то есть либо $m = 7$, $a = 1$, либо $m = 1, a = 7$. Следовательно, $n = 21$ или $n = 3$.

+/2 в верном решении потерян один из двух случаев

$\mp$ *приведён только верный ответ*

− приведён только неполный ответ