

1. Что больше:  $\frac{\sin 1^\circ}{\sin 2^\circ}$  или  $\frac{\sin 3^\circ}{\sin 4^\circ}$ ?

2. Найдите все нечетные натуральные числа, большие **500**, но меньшие **1000**, у каждого из которых сумма последних цифр всех делителей (включая **1** и само число) равна **33**.

3. Точка  $M$  лежит на стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ . Известно, что радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABM$ , в два раза больше радиуса окружности, вписанной в треугольник  $ACM$ . Может ли отрезок  $AM$  оказаться медианой треугольника  $ABC$ ?

4. Функция  $f$  такова, что для любых положительных  $x$  и  $y$  выполняется равенство  $f(xy) = f(x) + f(y)$ . Найдите  $f(2007)$ , если  $f\left(\frac{1}{2007}\right) = 1$ .

5. Основанием прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является квадрат  $ABCD$ . Найдите наибольшую возможную величину угла между прямой  $BD_1$  и плоскостью  $BDC_1$ .

6. Решите уравнение:  $(x^3 - 2)(2^{\sin x} - 1) + (2^{x^3} - 4) \sin x = 0$ .

7. Даны таблица  $100 \times 100$  клеток и  $N$  фишек. Рассматриваются все расстановки фишек в клетки таблицы, удовлетворяющие условию: никакие две фишки не стоят в соседних клетках. При каком наименьшем натуральном  $N$  существует такая расстановка, что при перемещении любой из фишек в любую соседнюю клетку заданное условие нарушится? (*Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону*).