

1. Найдите все положительные корни уравнения:

$$x^x + x^{1-x} = x + 1.$$

2. В первый день Маша собрала на **25%** грибов меньше, чем Вася, а во второй день — на **20%** больше, чем Вася. За два дня Маша собрала грибов на **10%** больше, чем Вася. Какое наименьшее количество грибов они могли собрать вместе?

3. Найдите угол при вершине осевого сечения прямого кругового конуса, если известно, что существуют три образующие боковой поверхности конуса, попарно перпендикулярные друг другу.

4. Непрерывная функция $f(x)$ такова, что для всех действительных x выполняется неравенство:

$$f(x^2) - (f(x))^2 \geq \frac{1}{4}.$$

Верно ли, что функция $f(x)$ обязательно имеет точки экстремума?

5. В треугольнике ABC точка D — середина стороны AB . Можно ли так расположить точки E и F на сторонах AC и BC соответственно, чтобы площадь треугольника DEF оказалась больше суммы площадей треугольников AED и BFD ?

6. Докажите, что если α , β и γ — углы остроугольного треугольника, то $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma > 2$.

7. В каждой клетке шахматной доски сидят по два таракана. В некоторый момент времени каждый таракан переползает на соседнюю (по стороне) клетку, причем тараканы, сидевшие в одной клетке, переползают в разные клетки. Какое наибольшее количество клеток доски может после этого остаться свободным?

1. Найдите все положительные корни уравнения:

$$x^x + x^{1-x} = x + 1.$$

2. В первый день Маша собрала на **25%** грибов меньше, чем Вася, а во второй день — на **20%** больше, чем Вася. За два дня Маша собрала грибов на **10%** больше, чем Вася. Какое наименьшее количество грибов они могли собрать вместе?

3. Найдите угол при вершине осевого сечения прямого кругового конуса, если известно, что существуют три образующие боковой поверхности конуса, попарно перпендикулярные друг другу.

4. Непрерывная функция $f(x)$ такова, что для всех действительных x выполняется неравенство:

$$f(x^2) - (f(x))^2 \geq \frac{1}{4}.$$

Верно ли, что функция $f(x)$ обязательно имеет точки экстремума?

5. В треугольнике ABC точка D — середина стороны AB . Можно ли так расположить точки E и F на сторонах AC и BC соответственно, чтобы площадь треугольника DEF оказалась больше суммы площадей треугольников AED и BFD ?

6. Докажите, что если α , β и γ — углы остроугольного треугольника, то $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma > 2$.

7. В каждой клетке шахматной доски сидят по два таракана. В некоторый момент времени каждый таракан переползает на соседнюю (по стороне) клетку, причем тараканы, сидевшие в одной клетке, переползают в разные клетки. Какое наибольшее количество клеток доски может после этого остаться свободным?