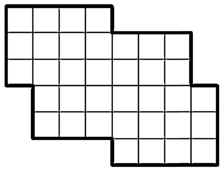
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Какое из чисел больше: $1-2+3-4+5-\ldots+99-100$ или $1+2-3+4-5+6-\ldots-99+100$? Ответ обоснуйте.

2. Покажите, как разрезать фигуру (см. рисунок) на четыре равные части по линиям сетки.



3. Внутри угла AOB, равного 120°, проведены лучи OC и OD так, что каждый из них является биссектрисой какого-то из углов, получившихся на чертеже. Найдите величину угла AOC, указав все возможные варианты.

4. Малыш и Карлсон вместе съели банку варенья. При этом Карлсон съел на 40% меньше ложек варенья, чем Малыш, но зато в его ложке помещалось на 150% варенья больше, чем в ложке Малыша. Какую часть банки варенья съел Карлсон?

5. Коля утверждает, что можно выяснить, делится ли на 101 сумма всех четырехзначных чисел, в записи которых нет ни цифры 0, ни цифры 9, не вычисляя самой суммы. Прав ли Коля?

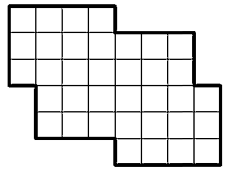
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Какое из чисел больше: $1-2+3-4+5-\ldots+99-100$ или $1+2-3+4-5+6-\ldots-99+100$? Ответ обоснуйте.

2. Покажите, как разрезать фигуру (см. рисунок) на четыре равные части по линиям сетки.



3. Внутри угла AOB, равного 120°, проведены лучи OC и OD так, что каждый из них является биссектрисой какого-то из углов, получившихся на чертеже. Найдите величину угла AOC, указав все возможные варианты.

4. Малыш и Карлсон вместе съели банку варенья. При этом Карлсон съел на 40% меньше ложек варенья, чем Малыш, но зато в его ложке помещалось на 150% варенья больше, чем в ложке Малыша. Какую часть банки варенья съел Карлсон?

5. Коля утверждает, что можно выяснить, делится ли на 101 сумма всех четырехзначных чисел, в записи которых нет ни цифры 0, ни цифры 9, не вычисляя самой суммы. Прав ли Коля?

XXII Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова 13 февраля 2011 года.
Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Регистрация и подробная информация на сайте
http://www.mccme.ru/matprazdnik/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. На сколько нулей оканчивается число, равное значению выражения: $\underbrace{2010^{2010}+\ldots+2010^{2010}}_{2010\text{ слагаемых}}$? Ответ обоснуйте.

2. Алиса и Белый Кролик в полдень вместе вышли из домика Кролика и пошли на прием к Герцогине. Пройдя полпути, Кролик вспомнил, что забыл перчатки и веер, и побежал за ними домой со скоростью в два раза большей, чем он шел вместе с Алисой. Схватив перчатки и веер, он побежал к Герцогине (с той же скоростью, что бежал домой). В результате Алиса пришла к Герцогине вовремя, а Кролик опоздал на 10 минут. На какое время был назначен прием у Герцогини?

3. В параллелограмме $ABCD$ провели высоту DH к стороне AB. Точки E и F — середины сторон BC и AD соответственно. Докажите, что $BF = EH$.

4. Найдите все числа, десятичная запись которых оканчивается на два нуля, и имеющие ровно 12 делителей. Ответ обоснуйте.

5. В треугольнике ABC отметили произвольную точку D на медиане BM. Затем через D провели прямую, параллельную AB, а через C — прямую, параллельную BM. Эти прямые пересеклись в точке E. Докажите, что $BE = AD$.

6. На бесконечной шашечной доске на двух соседних по диагонали клетках стоят две черные шашки. Можно ли добавить на доску несколько черных шашек и одну белую шашку так, чтобы белая шашка одним ходом съела все черные шашки (включая и две стоявшие изначально)?

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. На сколько нулей оканчивается число, равное значению выражения: $\underbrace{2010^{2010}+\ldots+2010^{2010}}_{2010\text{ слагаемых}}$? Ответ обоснуйте.

2. Алиса и Белый Кролик в полдень вместе вышли из домика Кролика и пошли на прием к Герцогине. Пройдя полпути, Кролик вспомнил, что забыл перчатки и веер, и побежал за ними домой со скоростью в два раза большей, чем он шел вместе с Алисой. Схватив перчатки и веер, он побежал к Герцогине (с той же скоростью, что бежал домой). В результате Алиса пришла к Герцогине вовремя, а Кролик опоздал на 10 минут. На какое время был назначен прием у Герцогини?

3. В параллелограмме $ABCD$ провели высоту DH к стороне AB. Точки E и F — середины сторон BC и AD соответственно. Докажите, что $BF = EH$.

4. Найдите все числа, десятичная запись которых оканчивается на два нуля, и имеющие ровно 12 делителей. Ответ обоснуйте.

5. В треугольнике ABC отметили произвольную точку D на медиане BM. Затем через D провели прямую, параллельную AB, а через C — прямую, параллельную BM. Эти прямые пересеклись в точке E. Докажите, что $BE = AD$.

6. На бесконечной шашечной доске на двух соседних по диагонали клетках стоят две черные шашки. Можно ли добавить на доску несколько черных шашек и одну белую шашку так, чтобы белая шашка одним ходом съела все черные шашки (включая и две стоявшие изначально)?

LXXIV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 13 марта 2011 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://www.mccme.ru/mmo

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Найдите наименьшее целое решение неравенства $x > \dfrac{23}{x}$.

2. Какое наименьшее количество множителей надо вычеркнуть из произведения $10!$, чтобы полученное произведение оканчивалось на цифру 2? (Напомним, что $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 10$.)

3. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CD к гипотенузе. На катете AC отмечена точка F, а на отрезке AD — точка E так, что $CD = DE$ и $FE \perp AB$. Найдите угол CBF.

4. На острове рыцарей и лжецов каждого жителя спросили про каждого из остальных, лжец тот или рыцарь. Всего было получено 26 ответов «рыцарь» и 30 ответов «лжец». Сколько рыцарей могло быть на этом острове? (Лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду.)

5. На гранях каждого из восьми кубиков нарисованы точки: по одной на двух противоположных гранях, по две точки на ещё двух противоположных гранях, и по три — на двух оставшихся гранях. Из этих восьми кубиков Петя сложил куб и записал количество точек на каждой его грани. Мог ли он получить шесть последовательных натуральных чисел?

6. Треугольник ABC вписан в окружность. Биссектриса угла A пересекает описанную окружность в точке D. O — точка пересечения биссектрис треугольника ABC, K — середина отрезка BO, M — точка пересечения прямых DK и AB. Докажите, что MO и BC параллельны.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXIV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 13 марта 2011 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://www.mccme.ru/mmo

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Найдите наименьшее целое решение неравенства $x > \dfrac{23}{x}$.

2. Какое наименьшее количество множителей надо вычеркнуть из произведения $10!$, чтобы полученное произведение оканчивалось на цифру 2? (Напомним, что $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 10$.)

3. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CD к гипотенузе. На катете AC отмечена точка F, а на отрезке AD — точка E так, что $CD = DE$ и $FE \perp AB$. Найдите угол CBF.

4. На острове рыцарей и лжецов каждого жителя спросили про каждого из остальных, лжец тот или рыцарь. Всего было получено 26 ответов «рыцарь» и 30 ответов «лжец». Сколько рыцарей могло быть на этом острове? (Лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду.)

5. На гранях каждого из восьми кубиков нарисованы точки: по одной на двух противоположных гранях, по две точки на ещё двух противоположных гранях, и по три — на двух оставшихся гранях. Из этих восьми кубиков Петя сложил куб и записал количество точек на каждой его грани. Мог ли он получить шесть последовательных натуральных чисел?

6. Треугольник ABC вписан в окружность. Биссектриса угла A пересекает описанную окружность в точке D. O — точка пересечения биссектрис треугольника ABC, K — середина отрезка BO, M — точка пересечения прямых DK и AB. Докажите, что MO и BC параллельны.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXIV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 13 марта 2011 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://www.mccme.ru/mmo

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. К каждой грани деревянного куба приклеили по такому же кубу. Объясните, как разделить получившееся тело на шесть равных частей.

2. Представьте выражение $(x^2+1)(x^2+4)$ в виде суммы квадратов двух многочленов с целыми коэффициентами.

3. График функции $y = x^2 + ax + b$ пересекает ось абсцисс в точках A и C, а ось ординат в точке B. Известно, что $A(1;0)$. Найдите $\angle CBO$, где O — начало координат.

4. Некоторые клетки доски 8×8 покрашены в белый цвет, а остальные — в чёрный. Коля перекрашивает доску: за один ход он имеет право перекрасить в противоположный цвет «уголок» из трёх клеток. Докажите, что за несколько перекрашиваний Коля сможет сделать всю доску чёрной.

5. Из точки T провели к окружности касательную TA и секущую, пересекающую окружность в точках B и C. Биссектриса угла ATC пересекает хорды AB и AC в точках P и Q соответственно. Докажите, что $PA = \sqrt{PB \cdot QC}$.

6. Найдите все такие пары чисел (p,q), что каждое из уравнений $x^2 - px + q = 0$ и $x^2 - qx + p = 0$ имеет два различных натуральных корня.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXIV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 13 марта 2011 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://www.mccme.ru/mmo

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. К каждой грани деревянного куба приклеили по такому же кубу. Объясните, как разделить получившееся тело на шесть равных частей.

2. Представьте выражение $(x^2+1)(x^2+4)$ в виде суммы квадратов двух многочленов с целыми коэффициентами.

3. График функции $y = x^2 + ax + b$ пересекает ось абсцисс в точках A и C, а ось ординат в точке B. Известно, что $A(1;0)$. Найдите $\angle CBO$, где O — начало координат.

4. Некоторые клетки доски 8×8 покрашены в белый цвет, а остальные — в чёрный. Коля перекрашивает доску: за один ход он имеет право перекрасить в противоположный цвет «уголок» из трёх клеток. Докажите, что за несколько перекрашиваний Коля сможет сделать всю доску чёрной.

5. Из точки T провели к окружности касательную TA и секущую, пересекающую окружность в точках B и C. Биссектриса угла ATC пересекает хорды AB и AC в точках P и Q соответственно. Докажите, что $PA = \sqrt{PB \cdot QC}$.

6. Найдите все такие пары чисел (p,q), что каждое из уравнений $x^2 - px + q = 0$ и $x^2 - qx + p = 0$ имеет два различных натуральных корня.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXIV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 13 марта 2011 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://www.mccme.ru/mmo

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Найдите значение выражения

$$\left(2-2\sin 2010^\circ\right)^{(1+\sin 2010^\circ)}-\operatorname{ctg} 2010^\circ.$$

2. Грани ABC и ABD тетраэдра $ABCD$ — прямоугольные треугольники с общей гипотенузой AB. M и N — точки пересечения медиан граней ABC и ABD соответственно. Докажите, что отрезки CN и DM равны.

3. Натуральное число a имеет ровно четыре различных натуральных делителя (включая 1 и a). Натуральное число b имеет ровно шесть различных натуральных делителей (включая 1 и b). Может ли число $c = ab$ иметь ровно 15 различных натуральных делителей (включая 1 и c)?

4. Докажите, что для всех x выполняется неравенство:

$$x^2+x\sin x+x^2\cos x+0,5>0.$$

5. В треугольнике ABC угол при вершине B вдвое больше угла при вершине C. Окружность с центром в точке A и радиусом AB пересекает серединный перпендикуляр к отрезку BC в точке P (внутри треугольника). Докажите, что угол PAC в три раза меньше угла BAC.

6. На некоторых клетках шахматной доски стоит по фишке. Ходом фишки называется перестановка ее через фишку, стоящую на соседней (по горизонтали, вертикали или диагонали) клетке, непосредственно за которой на той же линии имеется свободная клетка. Какое наибольшее количество фишек может насчитывать такое их расположение на доске, в котором любая фишка сможет сделать первый ход?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXIV Московская математическая олимпиада: **http://www.mccme.ru/mmo**
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/arc/11/ommo/
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Найдите значение выражения

$$\left(2-2\sin 2010^\circ\right)^{(1+\sin 2010^\circ)}-\operatorname{ctg} 2010^\circ.$$

2. Грани ABC и ABD тетраэдра $ABCD$ — прямоугольные треугольники с общей гипотенузой AB. M и N — точки пересечения медиан граней ABC и ABD соответственно. Докажите, что отрезки CN и DM равны.

3. Натуральное число a имеет ровно четыре различных натуральных делителя (включая 1 и a). Натуральное число b имеет ровно шесть различных натуральных делителей (включая 1 и b). Может ли число $c = ab$ иметь ровно 15 различных натуральных делителей (включая 1 и c)?

4. Докажите, что для всех x выполняется неравенство:

$$x^2+x\sin x+x^2\cos x+0,5>0.$$

5. В треугольнике ABC угол при вершине B вдвое больше угла при вершине C. Окружность с центром в точке A и радиусом AB пересекает серединный перпендикуляр к отрезку BC в точке P (внутри треугольника). Докажите, что угол PAC в три раза меньше угла BAC.

6. На некоторых клетках шахматной доски стоит по фишке. Ходом фишки называется перестановка ее через фишку, стоящую на соседней (по горизонтали, вертикали или диагонали) клетке, непосредственно за которой на той же линии имеется свободная клетка. Какое наибольшее количество фишек может насчитывать такое их расположение на доске, в котором любая фишка сможет сделать первый ход?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXIV Московская математическая олимпиада: **http://www.mccme.ru/mmo**
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/arc/11/ommo/
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.