Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Найдите значение выражения

$$(2 - 2\sin 2010^\circ)^{(1+\sin 2010^\circ)} - \operatorname{ctg} 2010^\circ.$$

2. Грани ABC и ABD тетраэдра $ABCD$ — прямоугольные треугольники с общей гипотенузой AB. M и N — точки пересечения медиан граней ABC и ABD соответственно. Докажите, что отрезки CN и DM равны.

3. Натуральное число a имеет ровно четыре различных натуральных делителя (включая 1 и a). Натуральное число b имеет ровно шесть различных натуральных делителей (включая 1 и b). Может ли число $c = ab$ иметь ровно 15 различных натуральных делителей (включая 1 и c)?

4. Докажите, что для всех x выполняется неравенство:

$$x^2 + x\sin x + x^2\cos x + 0,5 > 0.$$

5. В треугольнике ABC угол при вершине B вдвое больше угла при вершине C. Окружность с центром в точке A и радиусом AB пересекает серединный перпендикуляр к отрезку BC в точке P (внутри треугольника). Докажите, что угол PAC в три раза меньше угла BAC.

6. На некоторых клетках шахматной доски стоит по фишке. Ходом фишки называется перестановка ее через фишку, стоящую на соседней (по горизонтали, вертикали или диагонали) клетке, непосредственно за которой на той же линии имеется свободная клетка. Какое наибольшее количество фишек может насчитывать такое их расположение на доске, в котором любая фишка сможет сделать первый ход?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXIV Московская математическая олимпиада: **http://www.mccme.ru/mmo**
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/arc/11/ommo/
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 12.12.2010

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Найдите значение выражения

$$(2 - 2\sin 2010^\circ)^{(1+\sin 2010^\circ)} - \operatorname{ctg} 2010^\circ.$$

2. Грани ABC и ABD тетраэдра $ABCD$ — прямоугольные треугольники с общей гипотенузой AB. M и N — точки пересечения медиан граней ABC и ABD соответственно. Докажите, что отрезки CN и DM равны.

3. Натуральное число a имеет ровно четыре различных натуральных делителя (включая 1 и a). Натуральное число b имеет ровно шесть различных натуральных делителей (включая 1 и b). Может ли число $c = ab$ иметь ровно 15 различных натуральных делителей (включая 1 и c)?

4. Докажите, что для всех x выполняется неравенство:

$$x^2 + x\sin x + x^2\cos x + 0,5 > 0.$$

5. В треугольнике ABC угол при вершине B вдвое больше угла при вершине C. Окружность с центром в точке A и радиусом AB пересекает серединный перпендикуляр к отрезку BC в точке P (внутри треугольника). Докажите, что угол PAC в три раза меньше угла BAC.

6. На некоторых клетках шахматной доски стоит по фишке. Ходом фишки называется перестановка ее через фишку, стоящую на соседней (по горизонтали, вертикали или диагонали) клетке, непосредственно за которой на той же линии имеется свободная клетка. Какое наибольшее количество фишек может насчитывать такое их расположение на доске, в котором любая фишка сможет сделать первый ход?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXIV Московская математическая олимпиада: **http://www.mccme.ru/mmo**
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/arc/11/ommo/
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.