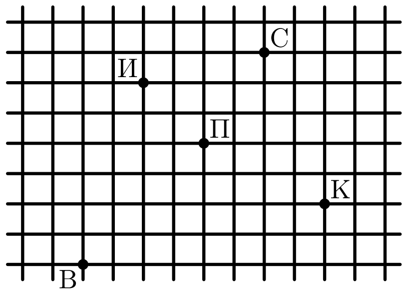
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 11.12.2011

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Расставьте в равенстве **2 2 2 2 = 5 5 5 5 5** знаки арифметических действий (без использования скобок) так, чтобы оно стало верным. (*Достаточно привести один способ расстановки.*)

2. В точке **В** живет Винни-Пух, а в точках **К**, **С**, **П** и **И** — его друзья Кролик, Сова, Пятачок и ослик Иа-Иа (см. рисунок). Зимним утром Винни-Пух навестил их всех по одному разу, а потом вернулся домой. При этом он протоптал в снегу **5** прямых тропинок от домика к домику, не пересекающих друг друга. Начертите как можно больше возможных маршрутов Винни-Пуха.



3. У Пети в бутылке было «Фанты» на **10%** больше, чем у Васи. Петя отпил из своей бутылки **11%** ее содержимого, а Вася из своей — **2%** содержимого. У кого после этого осталось больше «Фанты»?

4. Квадрат **8×8** распилили на квадраты **2×2** и прямоугольники **1×4**. При этом общая длина распилов оказалась равна **54**. Сколько фигурок каждого вида получилось?

5. Из четырех цифр, отличных от нуля, составлены два четырехзначных числа: самое большое и самое маленькое из возможных. Сумма получившихся чисел оказалась равна **11990**. Какие числа могли быть составлены?

XXIII Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова 19 февраля 2012 года.
Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Регистрация и подробная информация на сайте
http://www.mccme.ru/matprazdnik/

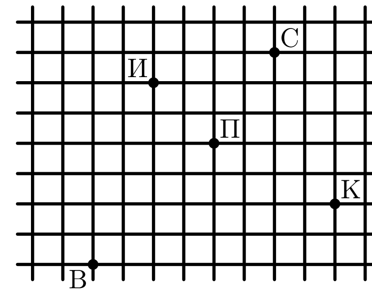
Всероссийская олимпиада школьников по математи

II этап **7 класс** 11.12.20

Работа рассчитана на **180** *минут*

1. Расставьте в равенстве **2 2 2 2 = 5 5 5 5 5** знаки арифме ческих действий (без использования скобок) так, чтобы оно ст верным. (*Достаточно привести один способ расстановки.*)

2. В точке **В** живет Винни-Пух, а в точках **К**, **С**, **П** и **И** — друзья Кролик, Сова, Пятачок и ослик Иа-Иа (см. рисунок). З ним утром Винни-Пух навестил их всех по одному разу, а потом вернулся домой. При этом он протоптал в снегу **5** прямых тропинок от домика к домику, не пересекающих друг друга. Начертите как можно больше возможных маршрутов Винни-Пуха.



3. У Пети в бутылке было «Фанты» на **10%** больше, чем у Ва Петя отпил из своей бутылки **11%** ее содержимого, а Вася своей — **2%** содержимого. У кого после этого осталось бол «Фанты»?

4. Квадрат **8×8** распилили на квадраты **2×2** и прямоугольн **1×4**. При этом общая длина распилов оказалась равна **54**. Скол фигурок каждого вида получилось?

5. Из четырех цифр, отличных от нуля, составлены два чет рехзначных числа: самое большое и самое маленькое из возм ных. Сумма получившихся чисел оказалась равна **11990**. Ка числа могли быть составлены?

XXIII Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) про в МГУ им. М. В. Ломоносова 19 февраля 2012 года.
Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Регистрация и подробная информация на сайте
http://www.mccme.ru/matprazdnik/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 11.12.2011

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Вычислите:

$$\frac{(\mathbf{2001}\cdot\mathbf{2021}+\mathbf{100})(\mathbf{1991}\cdot\mathbf{2031}+\mathbf{400})}{\mathbf{2011^4}}.$$

2. На столе белой стороной кверху лежали **100** карточек, у каждой из которых одна сторона белая, а другая черная. Костя перевернул **50** карточек, затем Таня перевернула **60** карточек, а после этого Оля — **70** карточек. В результате все **100** карточек оказались лежащими черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?

3. На стороне $\boldsymbol{AB}$ треугольника $\boldsymbol{ABC}$ отмечена точка $\boldsymbol{K}$. Отрезок $\boldsymbol{CK}$ пересекает медиану $\boldsymbol{AM}$ треугольника в точке $\boldsymbol{P}$. Оказалось, что $\boldsymbol{AK = AP}$. Найдите отношение $\boldsymbol{BK : PM}$.

4. Назовем натуральное семизначное число «удачным», если оно делится на произведение всех своих цифр. Существуют ли четыре последовательных «удачных» числа?

5. В какое наибольшее количество цветов можно раскрасить клетки шахматной доски $\mathbf{8 \times 8}$ так, чтобы каждая клетка граничила по стороне хотя бы с двумя клетками того же цвета?

6. В параллелограмме $\boldsymbol{ABCD}$ диагонали пересекаются в точке $\boldsymbol{O}$. На продолжении стороны $\boldsymbol{AB}$ за точку $\boldsymbol{B}$ отмечена такая точка $\boldsymbol{M}$, что $\boldsymbol{MC = MD}$. Докажите, что $\angle\boldsymbol{AMO} = \angle\boldsymbol{MAD}$.

Всероссийская олимпиада школьников по математи

II этап **8 класс** 11.12.2

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Вычислите:

$$\frac{(\mathbf{2001}\cdot\mathbf{2021}+\mathbf{100})(\mathbf{1991}\cdot\mathbf{2031}+\mathbf{400})}{\mathbf{2011^4}}.$$

2. На столе белой стороной кверху лежали **100** карточек, у ждой из которых одна сторона белая, а другая черная. Костя пе вернул **50** карточек, затем Таня перевернула **60** карточек, а по этого Оля — **70** карточек. В результате все **100** карточек ока лись лежащими черной стороной вверх. Сколько карточек б перевернуто трижды?

3. На стороне $\boldsymbol{AB}$ треугольника $\boldsymbol{ABC}$ отмечена точка $\boldsymbol{K}$. резок $\boldsymbol{CK}$ пересекает медиану $\boldsymbol{AM}$ треугольника в точке $\boldsymbol{P}$. О залось, что $\boldsymbol{AK = AP}$. Найдите отношение $\boldsymbol{BK : PM}$.

4. Назовем натуральное семизначное число «удачным», если делится на произведение всех своих цифр. Существуют ли чет последовательных «удачных» числа?

5. В какое наибольшее количество цветов можно раскрас клетки шахматной доски $\mathbf{8 \times 8}$ так, чтобы каждая клетка гра чила по стороне хотя бы с двумя клетками того же цвета?

6. В параллелограмме $\boldsymbol{ABCD}$ диагонали пересекаются в т ке $\boldsymbol{O}$. На продолжении стороны $\boldsymbol{AB}$ за точку $\boldsymbol{B}$ отмечена та точка $\boldsymbol{M}$, что $\boldsymbol{MC = MD}$. Докажите, что $\angle\boldsymbol{AMO} = \angle\boldsymbol{MA}$

LXXV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 18 марта 2012 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желаю
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://www.mccme.ru/mmo

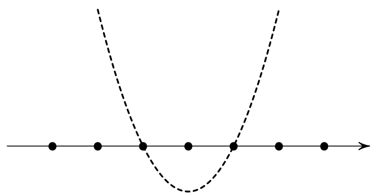
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 11.12.2011

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. После возвращения цирка с гастролей, знакомые расспрашивали дрессировщика Казимира Алмазова о «пассажирах» его автофургона: «Тигры были?» — «Да, причем их было в семь раз больше, чем не тигров». «А обезьяны?» — «Да, их было в семь раз меньше, чем не обезьян». «А львы были?» Ответьте за Казимира Алмазова. *Ответ обоснуйте.*

2. На рисунке изображен график приведенного квадратного трехчлена (ось ординат стерлась, расстояние между соседними отмеченными точками равно 1). Чему равен дискриминант этого трехчлена? *Ответ обоснуйте.*



3. В трапеции $ABCD$ основание AD в четыре раза больше, чем BC. Прямая, проходящая через середину диагонали BD и параллельная AB, пересекает отрезок CD в точке K. Найдите отношение $DK : KC$.

4. Незнайка утверждает, что существует восемь таких последовательных натуральных чисел, что в разложение их на простые множители каждый сомножитель входит в нечетной степени (например, два таких последовательных числа: $23 = 23^1$ и $24 = 2^3 \cdot 3^1$). Прав ли он?

5. AL — биссектриса треугольника ABC, K — такая точка на стороне AC, что $CK = CL$. Прямая KL и биссектриса угла B пересекаются в точке P. Докажите, что $AP = PL$.

6. Какое наибольшее количество клеток можно отметить на шахматной доске так, чтобы с любой из них на любую другую отмеченную клетку можно было пройти ровно двумя ходами шахматного коня? (*Конь ходит буквой «Г»: две клетки по вертикали и одна по горизонтали либо, наоборот, две клетки по горизонтали и одна по вертикали.*)

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 27 и 28 января 2012 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru/vos**

LXXV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 18 марта 2012 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://www.mccme.ru/mmo

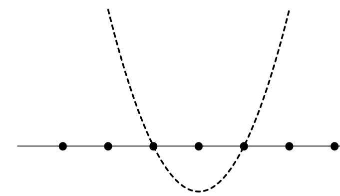
Всероссийская олимпиада школьников по математи

II этап **9 класс** 11.12.2

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. После возвращения цирка с гастролей, знакомые расспрашивали д сировщика Казимира Алмазова о «пассажирах» его автофургона: «Тигры ли?» — «Да, причем их было в семь раз больше, чем не тигров». «А обе ны?» — «Да, их было в семь раз меньше, чем не обезьян». «А львы бы Ответьте за Казимира Алмазова. *Ответ обоснуйте.*

2. На рисунке изображен график приведенного квадратного трехчлена (ось ординат стерлась, расстояние между соседними отмеченными точками равно 1). Чему равен дискриминант этого трехчлена? *Ответ обоснуйте.*



3. В трапеции $ABCD$ основание AD в четыре раза больше, чем BC. Прямая, проходящая через середину диагонали BD и параллельная AB, пересекает резок CD в точке K. Найдите отношение $DK : KC$.

4. Незнайка утверждает, что существует восемь таких последователь натуральных чисел, что в разложение их на простые множители каждый множитель входит в нечетной степени (например, два таких последоват ных числа: $23 = 23^1$ и $24 = 2^3 \cdot 3^1$). Прав ли он?

5. AL — биссектриса треугольника ABC, K — такая точка на стор AC, что $CK = CL$. Прямая KL и биссектриса угла B пересекают точке P. Докажите, что $AP = PL$.

6. Какое наибольшее количество клеток можно отметить на шахмат доске так, чтобы с любой из них на любую другую отмеченную клетку мо было пройти ровно двумя ходами шахматного коня? (*Конь ходит буквой две клетки по вертикали и одна по горизонтали либо, наоборот, две кле по горизонтали и одна по вертикали.*)

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 27 и 28 января 2012 Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 18 марта 2012 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желаю Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://www.mccme.ru/mmo

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап — 10 класс — 11.12.2011

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Для игры в «Морской бой» на поле 8×8 клеток расставили 12 «двухпалубных кораблей». Обязательно ли останется место для «трёхпалубного корабля»? («Двухпалубный корабль» — прямоугольник размером 1×2 клетки, а «трёхпалубный» — размером 1×3 клетки. Корабли могут соприкасаться, но накладываться друг на друга не должны.)

2. Прямая пересекает график функции $y = x^2$ в точках с абсциссами x_1 и x_2, а ось абсцисс — в точке с абсциссой x_3. Докажите, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$.

3. На сторонах AC и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $MN || AB$. На стороне AC отмечена точка K так, что $CK = AM$. Отрезки AN и BK пересекаются в точке F. Докажите, что площади треугольника ABF и четырёхугольника $KFNC$ равны.

4. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз и ведущий знает, где он находится. Зритель может послать ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа «да» или «нет». Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?

5. В окружности с центром O проведена хорда AB и радиус OK, пересекающий её под прямым углом в точке M. На большей дуге AB окружности выбрана произвольная точка P, отличная от середины этой дуги. Прямая PM вторично пересекает окружность в точке Q, а прямая PK пересекает AB в точке R. Докажите, что $KR > MQ$.

6. Докажите, что уравнение $l^2 + m^2 = n^2 + 3$ имеет бесконечно много решений в натуральных числах.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 27 и 28 января 2012 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru/vos**

LXXV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 18 марта 2012 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://www.mccme.ru/mmo

Всероссийская олимпиада школьников по математи

II этап — 10 класс — 11.12.20

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Для игры в «Морской бой» на поле 8×8 клеток расставили 12 «д
палубных кораблей». Обязательно ли останется место для «трёхпалубного
рабля»? («Двухпалубный корабль» — прямоугольник размером 1×2 кле
а «трёхпалубный» — размером 1×3 клетки. Корабли могут соприкасат
но накладываться друг на друга не должны.)

2. Прямая пересекает график функции $y = x^2$ в точках с абсциссам
и x_2, а ось абсцисс — в точке с абсциссой x_3. Докажите, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$

3. На сторонах AC и BC треугольника ABC выбраны точки M
соответственно так, что $MN || AB$. На стороне AC отмечена точка K
что $CK = AM$. Отрезки AN и BK пересекаются в точке F. Докаж
что площади треугольника ABF и четырёхугольника $KFNC$ равны.

4. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной
робке лежит приз и ведущий знает, где он находится. Зритель может пос
ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа «да» или «нет».
дущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, че
отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чт
наверняка узнать, где находится приз?

5. В окружности с центром O проведена хорда AB и радиус OK, пер
кающий её под прямым углом в точке M. На большей дуге AB окружно
выбрана произвольная точка P, отличная от середины этой дуги. Пря
PM вторично пересекает окружность в точке Q, а прямая PK пересе
AB в точке R. Докажите, что $KR > MQ$.

6. Докажите, что уравнение $l^2 + m^2 = n^2 + 3$ имеет бесконечно м
решений в натуральных числах.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 27 и 28 января 2012 г
Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 18 марта 2012 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желаю
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://www.mccme.ru/mmo

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап 11 класс 11.12.2011

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Про углы треугольника ABC известно, что $\sin A+\cos B = \sqrt{2}$ и $\cos A+\sin B=\sqrt{2}$. Найдите величину угла C.

2. На доске записали 20 первых чисел натурального ряда. Когда одно из чисел стерли, то оказалось, что среди оставшихся чисел одно является средним арифметическим всех остальных. Найдите все числа, которые могли быть стерты.

3. Длина ребра правильного тетраэдра равна a. Через одну из вершин тетраэдра проведено треугольное сечение. Докажите, что периметр P этого треугольника удовлетворяет неравенству $P>2a$.

4. Две окружности касаются внешним образом. A — точка касания их общей внешней касательной с одной из окружностей, B — точка той же окружности, диаметрально противоположная точке A. Докажите, что длина касательной, проведенной из точки B ко второй окружности, равна диаметру первой окружности.

5. Известно, что A — наибольшее из чисел, являющихся произведением нескольких натуральных чисел, сумма которых равна 2011. На какую наибольшую степень тройки делится число A?

6. Какое наименьшее количество клеток требуется отметить на шахматной доске, чтобы каждая клетка доски (отмеченная или неотмеченная) граничила по стороне хотя бы с одной отмеченной клеткой?

Всероссийская олимпиада школьников по математи

II этап 11 класс 11.12.20

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Про углы треугольника ABC известно, что $\sin A+\cos B$ $= \sqrt{2}$ и $\cos A+\sin B=\sqrt{2}$. Найдите величину угла C.

2. На доске записали 20 первых чисел натурального ряда. гда одно из чисел стерли, то оказалось, что среди оставшихся сел одно является средним арифметическим всех остальных. Н дите все числа, которые могли быть стерты.

3. Длина ребра правильного тетраэдра равна a. Через о из вершин тетраэдра проведено треугольное сечение. Докажи что периметр P этого треугольника удовлетворяет неравенс $P>2a$.

4. Две окружности касаются внешним образом. A — точка сания их общей внешней касательной с одной из окружност B — точка той же окружности, диаметрально противополож точке A. Докажите, что длина касательной, проведенной из то B ко второй окружности, равна диаметру первой окружност

5. Известно, что A — наибольшее из чисел, являющихся п изведением нескольких натуральных чисел, сумма которых ра 2011. На какую наибольшую степень тройки делится число A

6. Какое наименьшее количество клеток требуется отметит шахматной доске, чтобы каждая клетка доски (отмеченная неотмеченная) граничила по стороне хотя бы с одной отмечен клеткой?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 27 и 28 января 2012 г Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://olimpiada.ru**

LXXV Московская математическая олимпиада: **http://www.mccme.ru/mmo**
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/ommo
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур