

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап 10 класс 11.12.2011

Работа рассчитана на 240 минут

1. Для игры в «Морской бой» на поле 8×8 клеток расставили 12 «двухпалубных кораблей». Обязательно ли останется место для «трёхпалубного корабля»? («Двухпалубный корабль» — прямоугольник размером 1×2 клетки, а «трёхпалубный» — размером 1×3 клетки. Корабли могут соприкасаться, но накладываться друг на друга не должны.)

2. Прямая пересекает график функции $y = x^2$ в точках с абсциссами x_1 и x_2 , а ось абсцисс — в точке с абсциссой x_3 . Докажите, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$.

3. На сторонах AC и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $MN \parallel AB$. На стороне AC отмечена точка K так, что $CK = AM$. Отрезки AN и BK пересекаются в точке F . Докажите, что площади треугольника ABF и четырёхугольника $KFNC$ равны.

4. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз и ведущий знает, где он находится. Зритель может послать ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа «да» или «нет». Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?

5. В окружности с центром O проведена хорда AB и радиус OK , перпендикулярный ей под прямым углом в точке M . На большей дуге AB окружности выбрана произвольная точка P , отличная от середины этой дуги. Прямая PM вторично пересекает окружность в точке Q , а прямая PK пересекает AB в точке R . Докажите, что $KR > MQ$.

6. Докажите, что уравнение $l^2 + m^2 = n^2 + 3$ имеет бесконечно много решений в натуральных числах.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 27 и 28 января 2012 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://olimpiada.ru/vos>

LXXV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)

пройдёт в МГУ 18 марта 2012 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://www.mcsme.ru/mmo>

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап 10 класс 11.12.2011

Работа рассчитана на 240 минут

1. Для игры в «Морской бой» на поле 8×8 клеток расставили 12 «двухпалубных кораблей». Обязательно ли останется место для «трёхпалубного корабля»? («Двухпалубный корабль» — прямоугольник размером 1×2 клетки, а «трёхпалубный» — размером 1×3 клетки. Корабли могут соприкасаться, но накладываться друг на друга не должны.)

2. Прямая пересекает график функции $y = x^2$ в точках с абсциссами x_1 и x_2 , а ось абсцисс — в точке с абсциссой x_3 . Докажите, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$.

3. На сторонах AC и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $MN \parallel AB$. На стороне AC отмечена точка K так, что $CK = AM$. Отрезки AN и BK пересекаются в точке F . Докажите, что площади треугольника ABF и четырёхугольника $KFNC$ равны.

4. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз и ведущий знает, где он находится. Зритель может послать ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа «да» или «нет». Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?

5. В окружности с центром O проведена хорда AB и радиус OK , перпендикулярный ей под прямым углом в точке M . На большей дуге AB окружности выбрана произвольная точка P , отличная от середины этой дуги. Прямая PM вторично пересекает окружность в точке Q , а прямая PK пересекает AB в точке R . Докажите, что $KR > MQ$.

6. Докажите, что уравнение $l^2 + m^2 = n^2 + 3$ имеет бесконечно много решений в натуральных числах.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 27 и 28 января 2012 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://olimpiada.ru/vos>

LXXV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)

пройдёт в МГУ 18 марта 2012 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://www.mcsme.ru/mmo>