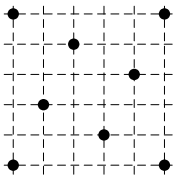
LXXV МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

18 марта 2012 года • 8 класс

Задача 1. На доске написаны четыре трёхзначных числа, в сумме дающие 2012. Для записи их всех были использованы только две различные цифры. Приведите пример таких чисел.

Задача 2. Кузнечик умеет прыгать только ровно на 50 сантиметров. Он хочет обойти 8 точек, отмеченных на рисунке (сторона клетки равна 10 сантиметрам). Какое наименьшее количество прыжков ему придётся сделать? (Разрешается посещать и другие точки плоскости, в том числе не узлы сетки. Начинать и заканчивать можно в любых точках.)



Задача 3. На плоскости отмечены 100 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Саша разбивает точки на пары, после чего соединяет точки в каждой из пар отрезком. Всегда ли он может это сделать так, чтобы каждые два отрезка пересекались?

Задача 4. В параллелограмме $ABCD$ опустили перпендикуляр BH на сторону AD. На отрезке BH отметили точку M, равноудалённую от точек C и D. Пусть точка K — середина стороны AB. Докажите, что угол MKD прямой.

Задача 5. Рациональные числа x, y и z таковы, что все числа $x+y^2+z^2$, x^2+y+z^2 и x^2+y^2+z целые. Докажите, что число $2x$ целое.

Задача 6. В клетках таблицы $m \times n$ расставлены числа. Оказалось, что в каждой клетке записано количество соседних с ней по стороне клеток, в которых стоит единица. При этом не все числа — нули. При каких числах m и n, больших 100, такое возможно?

Десятая устная городская олимпиада по геометрии для 8—11 классов
состоится 8 апреля 2012 года.
Подробная информация на сайте `http://olympiads.mccme.ru/ustn/`

Закрытие LXXV Московской математической олимпиады
пройдёт в воскресенье 1 апреля 2012 года в Главном здании МГУ.
Подробная информация на сайте `http://www.mccme.ru/mmo/`