

Работа рассчитана на 240 минут

1. В записи  $*+*+*+*+*+*+*+*+*+*$  = \*\* замените звёздочки различными цифрами так, чтобы равенство было верным.

2. Про различные числа  $a$  и  $b$  известно, что  $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$ .

Найдите  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

3. В параллелограмме  $ABCD$  из вершины тупого угла  $B$  проведены высоты  $BM$  и  $BN$ , а из вершины  $D$  — высоты  $DP$  и  $DQ$ . Докажите, что точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  являются вершинами прямоугольника.

4. На доске были записаны числа **3**, **9** и **15**. Разрешалось сложить два записанных числа, вычесть из этой суммы третье, а результат записать на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых было **2013**. Каковы были два остальных числа?

5. На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  отмечены точки  $M$  и  $K$  соответственно так, что  $\angle BAM = \angle CKM = 30^\circ$ . Найдите  $\angle AKD$ .

6. Саша начертил квадрат размером  $6 \times 6$  клеток и поочередно закрашивает в нём по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число — количество закрашенных клеток, соседних с ней. Закрасив весь квадрат, Саша складывает числа, записанные во всех клетках. Докажите, что в каком бы порядке Саша ни красил клетки, у него в итоге получится одна и та же сумма. (*Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.*)

---

LXXVII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 2 марта 2014 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://olympiads.mcsme.ru/mmo/>

Работа рассчитана на 240 минут

1. В записи  $*+*+*+*+*+*+*+*+*+*$  = \*\* замените звёздочки различными цифрами так, чтобы равенство было верным.

2. Про различные числа  $a$  и  $b$  известно, что  $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$ .

Найдите  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

3. В параллелограмме  $ABCD$  из вершины тупого угла  $B$  проведены высоты  $BM$  и  $BN$ , а из вершины  $D$  — высоты  $DP$  и  $DQ$ . Докажите, что точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  являются вершинами прямоугольника.

4. На доске были записаны числа **3**, **9** и **15**. Разрешалось сложить два записанных числа, вычесть из этой суммы третье, а результат записать на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых было **2013**. Каковы были два остальных числа?

5. На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  отмечены точки  $M$  и  $K$  соответственно так, что  $\angle BAM = \angle CKM = 30^\circ$ . Найдите  $\angle AKD$ .

6. Саша начертил квадрат размером  $6 \times 6$  клеток и поочередно закрашивает в нём по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число — количество закрашенных клеток, соседних с ней. Закрасив весь квадрат, Саша складывает числа, записанные во всех клетках. Докажите, что в каком бы порядке Саша ни красил клетки, у него в итоге получится одна и та же сумма. (*Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.*)

---

LXXVII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 2 марта 2014 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://olympiads.mcsme.ru/mmo/>