

Задача 1. Сумма нескольких не обязательно различных положительных чисел не превосходила 100. Каждое из них заменили на новое следующим образом: сначала прологарифмировали по основанию 10, затем округлили стандартным образом до ближайшего целого числа и, наконец, возвели 10 в найденную целую степень. Могло ли оказаться так, что сумма новых чисел превышает 300?

Задача 2. Какое наибольшее количество множителей вида $\sin \frac{n\pi}{x}$ можно вычеркнуть в левой части уравнения

$$\sin \frac{\pi}{x} \sin \frac{2\pi}{x} \sin \frac{3\pi}{x} \dots \sin \frac{2015\pi}{x} = 0$$

так, чтобы число его натуральных корней не изменилось?

Задача 3. У Ивана-царевича есть два сосуда ёмкостью по 1 л, один из которых полностью заполнен обычной водой, а в другом находится a л живой воды, $0 < a < 1$. Он может переливать только из сосуда в сосуд любой объём жидкости до любого уровня без переполнений и хочет за конечное число таких переливаний получить 40-процентный раствор живой воды в одном из сосудов. При каких значениях a Иван-царевич сможет это сделать? Считайте, что уровень жидкости в каждом из сосудов можно точно измерить в любой момент времени.

Задача 4. День в Анчурии может быть либо ясным, когда весь день солнце, либо дождливым, когда весь день льёт дождь. И если сегодня день не такой, как вчера, то анчурийцы говорят, что сегодня погода изменилась. Однажды анчурийские учёные установили, что 1 января день всегда ясный, а каждый следующий день в январе будет ясным, только если ровно год назад в этот день погода изменилась. В 2015 году январь в Анчурии был весьма разнообразным: то солнце, то дожди. В каком году погода в январе впервые будет меняться ровно так же, как в январе 2015 года?

Задача 5. На поверхности сферической планеты расположены четыре материка, отделённые друг от друга океаном. Назовём точку океана *особой*, если для неё найдутся не менее трёх ближайших (находящихся от неё на равных расстояниях) точек суши, причём все на разных материках. Какое наибольшее число особых точек может быть на этой планете?

Задача 1. Сумма нескольких не обязательно различных положительных чисел не превосходила 100. Каждое из них заменили на новое следующим образом: сначала прологарифмировали по основанию 10, затем округлили стандартным образом до ближайшего целого числа и, наконец, возвели 10 в найденную целую степень. Могло ли оказаться так, что сумма новых чисел превышает 300?

Задача 2. Какое наибольшее количество множителей вида $\sin \frac{n\pi}{x}$ можно вычеркнуть в левой части уравнения

$$\sin \frac{\pi}{x} \sin \frac{2\pi}{x} \sin \frac{3\pi}{x} \dots \sin \frac{2015\pi}{x} = 0$$

так, чтобы число его натуральных корней не изменилось?

Задача 3. У Ивана-царевича есть два сосуда ёмкостью по 1 л, один из которых полностью заполнен обычной водой, а в другом находится a л живой воды, $0 < a < 1$. Он может переливать только из сосуда в сосуд любой объём жидкости до любого уровня без переполнений и хочет за конечное число таких переливаний получить 40-процентный раствор живой воды в одном из сосудов. При каких значениях a Иван-царевич сможет это сделать? Считайте, что уровень жидкости в каждом из сосудов можно точно измерить в любой момент времени.

Задача 4. День в Анчурии может быть либо ясным, когда весь день солнце, либо дождливым, когда весь день льёт дождь. И если сегодня день не такой, как вчера, то анчурийцы говорят, что сегодня погода изменилась. Однажды анчурийские учёные установили, что 1 января день всегда ясный, а каждый следующий день в январе будет ясным, только если ровно год назад в этот день погода изменилась. В 2015 году январь в Анчурии был весьма разнообразным: то солнце, то дожди. В каком году погода в январе впервые будет меняться ровно так же, как в январе 2015 года?

Задача 5. На поверхности сферической планеты расположены четыре материка, отделённые друг от друга океаном. Назовём точку океана *особой*, если для неё найдутся не менее трёх ближайших (находящихся от неё на равных расстояниях) точек суши, причём все на разных материках. Какое наибольшее число особых точек может быть на этой планете?