

5 класс

5.1. К некоторому числу прибавили сумму его цифр и получили 2014. Приведите пример такого числа.

Ответ: 1988 или 2006.

Критерии проверки:

- + *приведен верный пример (достаточно одного)*
- ± *вместе с верным примером приведен также и неверный*
- *задача не решена или решена неверно*

5.2. Волк, Ёж, Чиж и Бобёр делили апельсин. Ежу досталось вдвое больше долек, чем Чижу, Чижу — впятеро меньше, чем Бобру, а Бобру — на 8 долек больше, чем Чижу. Найдите, сколько долек было в апельсине, если Волку досталась только кожура.

Ответ: 16 долек.

Решение. Первый способ. Пусть Чижу досталось x долек апельсина, тогда Ежу досталось $2x$ долек, а Бобру — $5x$ долек (Волку — 0 долек). Зная, что Бобру досталось на 8 долек больше, чем Чижу, составляем уравнение: $5x - x = 8$. Его решение: $x = 2$.

Всего долек в апельсине было $x + 2x + 5x + 0 = 8x$. Подставив $x = 2$, получим 16 долек.

Второй способ. Примем количество долек апельсина, которые достались Чижу, за одну часть, тогда Ежу досталось две части, Бобру — пять частей, а Волку — ноль частей. Бобру досталось на 4 части больше, чем Чижу, что составляет 8 долек. Следовательно, одна часть — это 2 дольки. Так как всего частей 8, то долек — 16.

Критерии проверки:

- + *приведены верный ответ и полное обоснованное решение (любым способом)*
- ± *верно составлено уравнение и верно найдено количество долек у одного из зверей (верно и обоснованно найдено, сколько долек составляют одну часть), но верный ответ отсутствует*
- ∓ *уравнение составлено верно, но оно не решено или решено неверно*
- ∓ *приведен только верный ответ и проверено, что он удовлетворяет условию*
- *приведен только ответ*
- *задача не решена или решена неверно*

5.3. В семиэтажном доме живут домовые. Лифт курсирует между первым и последним этажами, останавливаясь на каждом этаже. На каждом этаже, начиная с первого, в лифт заходил один домовый, но никто не выходил. Когда в лифт зашёл тысячный домовый, лифт остановился. На каком этаже это произошло? *Ответ объясните.*

Ответ: на четвёртом этаже.

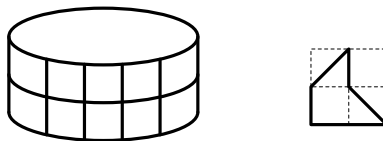
Решение. Найдём сначала сколько домовых оказалось в лифте после первого рейса с первого на седьмой этаж и обратно, до момента, когда лифт вернулся на первый этаж. На первом и седьмом этажах вошло по одному домовому, а на всех остальных этажах — по два домовых. Таким образом, за один такой рейс в лифте оказалось 12 домовых.

Найдём теперь, сколько таких полных рейсов успел совершить лифт. При делении 1000 на 12 получается частное 83 и остаток 4. Значит, после 83 подъёмов и спусков в лифт сумеют войти ещё 4 домовых: на первом, втором, третьем и четвертом этажах.

Критерии проверки:

- + *приведены верный ответ и полное обоснованное решение*
- ± *приведены верный ответ и верное, в целом, решение, но в обоснованиях есть пробелы и недочеты*
- ∓ *приведен только верный ответ*
- ∓ *верный ответ отсутствует, но указана верная идея разбиения рейсов лифта на «циклы» по 12 домовых*
- *задача не решена или решена неверно*

5.4. Полина решила раскрасить свой клетчатый браслет размером 10×2 (см. рисунок слева) волшебным узором из одинаковых фигурок (см. рисунок справа), чередуя в них два цвета. Помогите ей это сделать. (*Изобразите ответ на полоске, являющейся разверткой браслета.*)



Ответ: способ раскраски показан на рис. 5.4 (на развертке браслета).

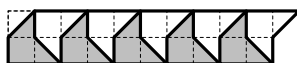


Рис. 5.4

Критерии проверки:

- + *приведен верный ответ (цвета могут быть не выделены)*
- ± *приведен верный способ разрезания аналогичного браслета меньшего размера (4×2 , 6×2 или 8×2)*
- *задача не решена или решена неверно*

5.5. После хоккейного матча Антон сказал, что он забил 3 шайбы, а Илья только одну. Илья сказал, что он забил 4 шайбы, а Серёжа целых 5. Серёжа сказал, что он забил 6 шайб, а Антон всего лишь две. Могло ли

оказаться так, что втроём они забили 10 шайб, если известно, что каждый из них один раз сказал правду, а другой раз солгал? *Ответ объясните.*

Ответ: нет, не могло.

Решение. Первый способ. Возможны два случая.

1) Если Антон сказал правду про себя, то он забил 3 шайбы. Тогда Серёжа про Антона солгал, поэтому Серёжа про себя сказал правду, то есть он действительно забил 6 шайб. Следовательно, Илья солгал про Серёжу и сказал правду про себя, то есть он забил 4 шайбы. В этом случае мальчики забили в сумме $3 + 6 + 4 = 13$ шайб.

2) Если Антон про себя солгал, то он сказал правду про Илью, то есть Илья забил 1 шайбу. Тогда Илья также солгал про себя и сказал правду про Серёжу, значит, Серёжа забил 5 шайб. Следовательно, Серёжа про себя солгал и сказал правду про Антона, что тот забил 2 шайбы. В этом случае мальчики забили в сумме $1 + 5 + 2 = 8$ шайб.

Второй способ. Всего было высказано шесть утверждений, из которых ровно три — истинные. Про каждого из мальчиков было сделано по два различных утверждения, из которых одно должно быть истинным, а другое — ложным. Следовательно, Антон забил либо 3 шайбы, либо 2, Илья — 1 или 4 шайбы, а Серёжа — 5 или 6 шайб. Заметим, что сумма 10 может получиться единственным образом: если Антон забил 3 шайбы, Илья — одну, а Серёжа — 6. Однако, высказывание «Антон забил 3 шайбы, а Илья — одну», было сделано одним и тем же мальчиком, значит, такая ситуация невозможна.

Критерии проверки:

+ *приведены верный ответ и полное обоснованное решение*

± *приведены верный ответ и верное, в целом, решение, но в обоснованиях есть пробелы и недочеты*

∓ *приведен верный ответ, но рассмотрен только один из двух возможных случаев (см. первый способ)*

∓ *присутствует верная идея решения (см. второй способ), но допущены ошибки в счете или рассуждении*

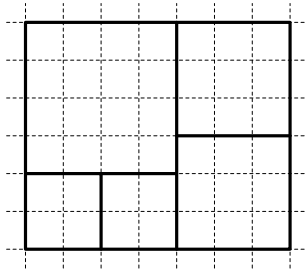
– *приведен только ответ*

– *задача не решена или решена неверно*

6 класс

6.1. На листе в клетку нарисован прямоугольник 6×7 . Разрежьте его по линиям сетки на 5 каких-нибудь квадратов.

Ответ: например, см. рисунок.



Отметим, что искомый набор квадратов — единственный, но располагать их можно по-разному.

Критерии проверки:

- + *приведен верный пример*
- ± *приведено несколько способов разрезания, среди которых есть как верные, так и неверные*
- *задача не решена или решена неверно*

6.2. Найдите все решения ребуса: $АРКА + РКА + КА + А = 2014$. (Различным буквам соответствуют различные цифры, а одинаковым буквам — одинаковые цифры.)

Ответ: $1471 + 471 + 71 + 1 = 2014$.

Решение. Так как в слове АРКА в разряде тысяч стоит А, то $A = 1$ или $A = 2$. Кроме того, $A + A + A + A$ оканчивается на 4, поэтому $A = 1$. Так как $K + K + K$ оканчивается на 1, то $K = 7$. Так как $P + P + 2 = 10$, то $P = 4$. Таким образом, решение — единственное.

Критерии проверки:

- + *полное обоснованное решение*
- ± *приведен только верный ответ или верный ответ с частичными обоснованиями*
- ∓ *обоснованно получены значения некоторых букв, но приведен неверный ответ*
- *задача не решена или решена неверно*

6.3. В каждом из трех сундуков Али-Баба нашел золотые и серебряные монеты; всего 40 золотых и 40 серебряных монет. В первом сундуке золотых монет было на 7 больше, чем серебряных, во втором — серебряных на 15 меньше, чем золотых. Каких монет больше в третьем сундуке и на сколько? *Ответ объясните.*

Ответ: серебряных монет на 22 больше.

Решение. В первых двух сундуках общее количество золотых монет на $7 + 15 = 22$ больше общего количества серебряных. Так как изначально золотых и серебряных монет было поровну, то в третьем сундуке золотых монет на 22 меньше, чем серебряных.

Критерии проверки:

- + *полное обоснованное решение*
- ± *верный ход рассуждений, но допущена арифметическая ошибка при сложении*
- ± *приведен верный ответ и действие $7 + 15 = 22$*
- ∓ *верный ответ получен, исходя из конкретных значений количества монет в сундуках*
- ∓ *приведен только верный ответ*
- *задача не решена или решена неверно*

6.4. Рамка для трёх квадратных фотографий имеет везде одинаковую ширину (см. рисунок). Периметр одного отверстия равен 60 см, периметр всей рамки равен 180 см. Чему равна ширина рамки?

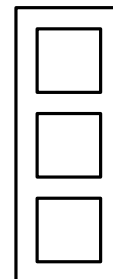
Ответ: 5 см.

Решение. Из условия задачи следует, что длина стороны одного отверстия равна 15 см. Пусть d см — ширина рамки, тогда периметр прямоугольника равен $8 \cdot 15 + 12d = 120 + 12d$ (см). По условию $120 + 12d = 180$, то есть $d = 5$.

Можно провести аналогичные рассуждения, не составляя уравнения.

Критерии проверки:

- + *полное обоснованное решение*
- ± *верно составлено уравнение (верный ход рассуждений), но допущена арифметическая ошибка при решении уравнения (при выполнении какого-либо действия)*
- ∓ *угадан верный ответ и сделана проверка, что он удовлетворяет условию*
- *приведен только ответ*
- *задача не решена или решена неверно*



6.5. Среднее арифметическое четырех чисел равно 10. Если вычеркнуть одно из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся трех увеличится на 1, если вместо этого вычеркнуть другое число, то среднее арифметическое оставшихся чисел увеличится на 2, а если вычеркнуть только третье число, то среднее арифметическое оставшихся увеличится на 3. На сколько изменится среднее арифметическое трех оставшихся чисел, если вычеркнуть четвертое число?

Ответ: уменьшится на 6.

Решение. Из того, что среднее арифметическое четырех чисел равно 10 следует, что сумма этих чисел равна 40. Аналогично, сумма трех чисел (без первого) равна 33, сумма трех чисел (без второго) равна 36, а сумма трех чисел (без третьего) равна 39. Из этих условий, получим: первое число равно 7, второе равно 4, третье равно 1. Таким образом, среднее арифметическое первых трех чисел равно 4, а это на 6 меньше, чем 10.

Аналогичные рассуждения можно провести алгебраически. Обозначив четыре числа через a , b , c и d соответственно, получим четыре равенства: $(a+b+c+d) : 4 = 10$, $(b+c+d) : 3 = 11$, $(a+c+d) : 3 = 12$, $(a+b+d) : 3 = 13$. Решением этой системы является четверка чисел: (7, 4, 1, 28).

Критерии проверки:

- + полное обоснованное решение
- ± верный ход рассуждений (верно составлена система уравнений), но допущена арифметическая ошибка
- ∓ ответ не получен, но доказано, что среднее арифметическое первых трех чисел меньше, чем 10
- ∓ верный ответ получен путем подбора четверки чисел и проверки, что она удовлетворяет условию (но не доказано, что найденная четверка чисел единственно возможная)
- четверка чисел указана, но даже не проверена
- допущена ошибка в определении среднего арифметического
- задача не решена или решена неверно