

Работа рассчитана на 240 минут

1. Не используя калькулятора, определите знак числа

$$(\cos(\cos 1) - \cos 1)(\sin(\sin 1) - \sin 1).$$

2. Какое наименьшее количество множителей требуется вычеркнуть из числа $99! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 99$ так, чтобы произведение оставшихся множителей оканчивалось на 2?

3. Существует ли тетраэдр $ABCD$, в котором $AB = AC = AD = BC$, а суммы плоских углов при каждой из вершин B и C равны по 150° ?

4. При каких значениях x и y верно равенство

$$x^2 + (1 - y)^2 + (x - y)^2 = \frac{1}{3}?$$

5. Дан остроугольный треугольник ABC . Окружности с центрами A и C проходят через точку B , вторично пересекаются в точке F и пересекают описанную около треугольника ABC окружность w в точках D и E . Отрезок BF пересекает окружность w в точке O . Докажите, что O — центр описанной окружности треугольника DEF .

6. На экране компьютера сгенерирована некоторая конечная последовательность нулей и единиц. С ней можно производить следующую операцию: набор цифр «01» заменять на набор цифр «1000». Может ли такой процесс замен продолжаться бесконечно или когда-нибудь он обязательно прекратится?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

LXXVIII Московская математическая олимпиада:

<http://olympiads.mccme.ru/mmo/>

Объединенная межвузовская математическая олимпиада:

<http://olimpiada.ru/ommo>

Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.

Работа рассчитана на 240 минут

1. Не используя калькулятора, определите знак числа

$$(\cos(\cos 1) - \cos 1)(\sin(\sin 1) - \sin 1).$$

2. Какое наименьшее количество множителей требуется вычеркнуть из числа $99! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 99$ так, чтобы произведение оставшихся множителей оканчивалось на 2?

3. Существует ли тетраэдр $ABCD$, в котором $AB = AC = AD = BC$, а суммы плоских углов при каждой из вершин B и C равны по 150° ?

4. При каких значениях x и y верно равенство

$$x^2 + (1 - y)^2 + (x - y)^2 = \frac{1}{3}?$$

5. Дан остроугольный треугольник ABC . Окружности с центрами A и C проходят через точку B , вторично пересекаются в точке F и пересекают описанную около треугольника ABC окружность w в точках D и E . Отрезок BF пересекает окружность w в точке O . Докажите, что O — центр описанной окружности треугольника DEF .

6. На экране компьютера сгенерирована некоторая конечная последовательность нулей и единиц. С ней можно производить следующую операцию: набор цифр «01» заменять на набор цифр «1000». Может ли такой процесс замен продолжаться бесконечно или когда-нибудь он обязательно прекратится?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

LXXVIII Московская математическая олимпиада:

<http://olympiads.mccme.ru/mmo/>

Объединенная межвузовская математическая олимпиада:

<http://olimpiada.ru/ommo>

Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.