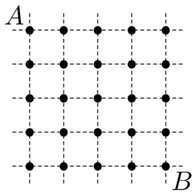
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **7 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **180** *минут*

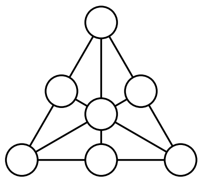
1. В тридевятом царстве есть только два вида монет: **16** и **27** тугриков. Можно ли заплатить за одну тетрадку ценой в **1** тугрик и получить сдачу?



2. Соедините точки ***A*** и ***B*** (см. рисунок) ломаной из четырех отрезков одинаковой длины так, чтобы одновременно выполнялись следующие условия:
1) концами отрезков могут быть только какие-то из отмеченных точек;
2) внутри отрезков не должно быть отмеченных точек;
3) соседние отрезки не должны лежать на одной прямой.
(*Достаточно привести один пример.*)

3. У юного художника была одна банка синей и одна банка желтой краски, каждой из которых хватает на покраску **38 дм^2** площади. Использовав всю эту краску, он нарисовал картину: синее небо, зеленую траву и желтое солнце. Зеленый цвет он получал, смешивая две части желтой краски и одну часть синей. Какая площадь на его картине закрашена каждым цветом, если площадь травы на картине на **6 дм^2** больше, чем площадь неба?

4. Биолог последовательно рассаживал **150** жуков в десять банок. Причем в каждую следующую банку он сажал жуков больше, чем в предыдущую. Количество жуков в первой банке составляет не менее половины от количества жуков в десятой банке. Сколько жуков в шестой банке?



5. Можно ли в кружках (см. рисунок) разместить различные натуральные числа таким образом, чтобы суммы трех чисел вдоль каждого отрезка оказались равными?

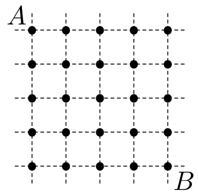
XXVI Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова 15 февраля 2015 года.
Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/matprazdnik/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап 7 класс 7.12.2014

Работа рассчитана на 180 минут

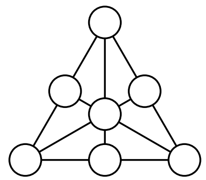
1. В тридевятом царстве есть только два вида монет: 16 и 27 тугриков. Можно ли заплатить за одну тетрадку ценой в 1 тугрик и получить сдачу?



2. Соедините точки A и B (см. рисунок) ломаной из четырех отрезков одинаковой длины так, чтобы одновременно выполнялись следующие условия:
1) концами отрезков могут быть только какие-то из отмеченных точек;
2) внутри отрезков не должно быть отмеченных точек;
3) соседние отрезки не должны лежать на одной прямой.
(Достаточно привести один пример.)

3. У юного художника была одна банка синей и одна банка желтой краски, каждой из которых хватает на покраску 38 дм^2 площади. Использовав всю эту краску, он нарисовал картину: синее небо, зеленую траву и желтое солнце. Зеленый цвет он получал, смешивая две части желтой краски и одну часть синей. Какая площадь на его картине закрашена каждым цветом, если площадь травы на картине на 6 дм^2 больше, чем площадь неба?

4. Биолог последовательно рассаживал 150 жуков в десять банок. Причем в каждую следующую банку он сажал жуков больше, чем в предыдущую. Количество жуков в первой банке составляет не менее половины от количества жуков в десятой банке. Сколько жуков в шестой банке?



5. Можно ли в кружках (см. рисунок) разместить различные натуральные числа таким образом, чтобы суммы трех чисел вдоль каждого отрезка оказались равными?

XXVI Математический праздник (городская олимпиада для 6–7 классов) пройдёт в МГУ им. М. В. Ломоносова 15 февраля 2015 года.
Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/matprazdnik/

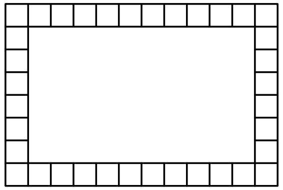
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Графики трех функций $y = ax + a$, $y = bx + b$ и $y = cx + d$ имеют общую точку, причем $a \neq b$. Обязательно ли $c = d$? Ответ обоснуйте.

2. Из клетчатой бумаги вырезана прямоугольная рамка (см. рисунок). Ее разрезали по границам клеток на девять частей и сложили из них квадрат 6×6. Могли ли все части, полученные при разрезании, оказаться различными? (*При складывании квадрата части можно переворачивать.*)



3. Вершину A параллелограмма $ABCD$ соединили отрезками с серединами сторон BC и CD. Один из этих отрезков оказался вдвое длиннее другого. Определите, каким является угол BAD: острым, прямым или тупым.

4. Три пирата вечером поделили добытые за день бриллианты: по двенадцать Биллу и Сэму, а остальные — Джону, который считать не умел. Ночью Билл у Сэма, Сэм у Джона, а Джон у Билла украли по одному бриллианту. В результате средняя масса бриллиантов у Билла уменьшилась на один карат, у Сэма уменьшилась на два карата, зато у Джона увеличилась на четыре карата. Сколько бриллиантов досталось Джону?

5. В треугольнике ABC угол B равен 120°, $AB = 2BC$. Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекает AC в точке D. Найдите отношение $AD : DC$.

6. Гномы сели за круглый стол и голосованием решили много вопросов. По каждому вопросу можно было голосовать «за», «против» или воздержаться. Если оба соседа какого-либо гнома по какому-нибудь вопросу выбрали один и тот же вариант ответа, то при голосовании по следующему вопросу он выберет этот же вариант. А если они выбрали два разных варианта, то при голосовании по следующему вопросу гном выберет третий вариант. Известно, что по вопросу «Блестит ли золото?» все гномы проголосовали «за», а по вопросу «Страшен ли Дракон?» Торин воздержался. Сколько могло быть гномов? (*Опишите все возможности и докажите, что других нет.*)

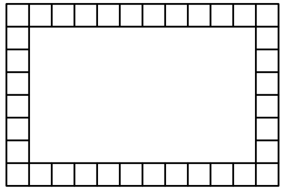
Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **8 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Графики трех функций $y = ax + a$, $y = bx + b$ и $y = cx + d$ имеют общую точку, причем $a \neq b$. Обязательно ли $c = d$? Ответ обоснуйте.

2. Из клетчатой бумаги вырезана прямоугольная рамка (см. рисунок). Ее разрезали по границам клеток на девять частей и сложили из них квадрат 6×6. Могли ли все части, полученные при разрезании, оказаться различными? (*При складывании квадрата части можно переворачивать.*)



3. Вершину A параллелограмма $ABCD$ соединили отрезками с серединами сторон BC и CD. Один из этих отрезков оказался вдвое длиннее другого. Определите, каким является угол BAD: острым, прямым или тупым.

4. Три пирата вечером поделили добытые за день бриллианты: по двенадцать Биллу и Сэму, а остальные — Джону, который считать не умел. Ночью Билл у Сэма, Сэм у Джона, а Джон у Билла украли по одному бриллианту. В результате средняя масса бриллиантов у Билла уменьшилась на один карат, у Сэма уменьшилась на два карата, зато у Джона увеличилась на четыре карата. Сколько бриллиантов досталось Джону?

5. В треугольнике ABC угол B равен 120°, $AB = 2BC$. Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекает AC в точке D. Найдите отношение $AD : DC$.

6. Гномы сели за круглый стол и голосованием решили много вопросов. По каждому вопросу можно было голосовать «за», «против» или воздержаться. Если оба соседа какого-либо гнома по какому-нибудь вопросу выбрали один и тот же вариант ответа, то при голосовании по следующему вопросу он выберет этот же вариант. А если они выбрали два разных варианта, то при голосовании по следующему вопросу гном выберет третий вариант. Известно, что по вопросу «Блестит ли золото?» все гномы проголосовали «за», а по вопросу «Страшен ли Дракон?» Торин воздержался. Сколько могло быть гномов? (*Опишите все возможности и докажите, что других нет.*)

LXXVIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 15 марта 2015 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. В круговом шахматном турнире участвовало шесть человек: два мальчика и четыре девочки. Могли ли мальчики по итогам турнира набрать в два раза больше очков, чем девочки? (*В круговом шахматном турнире каждый игрок играет с каждым по одной партии. За победу дается* **1** *очко, за ничью* **0,5**, *за поражение —* **0**).

2. Про коэффициенты a, b, c и d двух квадратных трехчленов $x^2 + bx + c$ и $x^2 + ax + d$ известно, что $0 < a < b < c < d$. Могут ли эти трехчлены иметь общий корень?

3. Дан треугольник ABC. Прямая, параллельная AC, пересекает стороны AB и BC в точках P и T соответственно, а медиану AM — в точке Q. Известно, что $PQ = 3$, а $QT = 5$. Найдите длину AC.

4. Сумма десяти натуральных чисел равна 1001. Какое наибольшее значение может принимать НОД (наибольший общий делитель) этих чисел?

5. Четырехугольник $ABCD$ — вписанный. На его диагоналях AC и BD отметили точки K и L соответственно, так, что $AK = AB$ и $DL = DC$. Докажите, что прямые KL и AD параллельны.

6. Из шахматной доски размером 8×8 вырезали квадрат размером 2×2 так, что оставшуюся доску удалось разрезать на прямоугольники размером 1×3. Определите, какой квадрат могли вырезать. (*Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.*)

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. В круговом шахматном турнире участвовало шесть человек: два мальчика и четыре девочки. Могли ли мальчики по итогам турнира набрать в два раза больше очков, чем девочки? (*В круговом шахматном турнире каждый игрок играет с каждым по одной партии. За победу дается* **1** *очко, за ничью* **0,5**, *за поражение —* **0**).

2. Про коэффициенты a, b, c и d двух квадратных трехчленов $x^2 + bx + c$ и $x^2 + ax + d$ известно, что $0 < a < b < c < d$. Могут ли эти трехчлены иметь общий корень?

3. Дан треугольник ABC. Прямая, параллельная AC, пересекает стороны AB и BC в точках P и T соответственно, а медиану AM — в точке Q. Известно, что $PQ = 3$, а $QT = 5$. Найдите длину AC.

4. Сумма десяти натуральных чисел равна 1001. Какое наибольшее значение может принимать НОД (наибольший общий делитель) этих чисел?

5. Четырехугольник $ABCD$ — вписанный. На его диагоналях AC и BD отметили точки K и L соответственно, так, что $AK = AB$ и $DL = DC$. Докажите, что прямые KL и AD параллельны.

6. Из шахматной доски размером 8×8 вырезали квадрат размером 2×2 так, что оставшуюся доску удалось разрезать на прямоугольники размером 1×3. Определите, какой квадрат могли вырезать. (*Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.*)

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 15 марта 2015 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Если разделить **2014** на **105**, то в частном получится **19** и в остатке тоже **19**. На какие ещё натуральные числа можно разделить **2014**, чтобы частное и остаток совпали? (*Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.*)

2. Докажите, что если в выражении $(x^2 - x + 1)^{2014}$ раскрыть скобки и привести подобные слагаемые, то какой-нибудь коэффициент полученного многочлена будет отрицательным.

3. В пространстве (но не в одной плоскости) расположены шесть различных точек: A, B, C, D, E и F. Известно, что отрезки AB и DE, BC и EF, CD и FA попарно параллельны. Докажите, что эти же отрезки попарно равны.

4. Каждый день, с понедельника по пятницу, ходил старик к синему морю и закидывал в море невод. При этом каждый день в невод попадалось не больше рыбы, чем в предыдущий. Всего за пять дней старик поймал ровно **100** рыбок. Какое наименьшее суммарное количество рыбок он мог поймать за три дня — понедельник, среду и пятницу?

5. В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AC и BC соответственно. Известно, что точка пересечения медиан треугольника AMN является точкой пересечения высот треугольника ABC. Найдите угол ABC.

6. В одной из вершин шестиугольника лежит золотая монета, а в остальных ничего не лежит. Кощей Бессмертный чахнет над златом и каждое утро снимает с одной вершины произвольное количество монет, после чего тут же кладёт на соседнюю вершину в шесть раз больше монет. Если к исходу какого-то дня во всех вершинах будет поровну монет, Кощей станет Властелином Мира. Докажите, что хоть злата у него сколько угодно, но Властелином Мира ему не бывать.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 15 марта 2015 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **10 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Если разделить **2014** на **105**, то в частном получится **19** и в остатке тоже **19**. На какие ещё натуральные числа можно разделить **2014**, чтобы частное и остаток совпали? (*Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.*)

2. Докажите, что если в выражении $(x^2 - x + 1)^{2014}$ раскрыть скобки и привести подобные слагаемые, то какой-нибудь коэффициент полученного многочлена будет отрицательным.

3. В пространстве (но не в одной плоскости) расположены шесть различных точек: A, B, C, D, E и F. Известно, что отрезки AB и DE, BC и EF, CD и FA попарно параллельны. Докажите, что эти же отрезки попарно равны.

4. Каждый день, с понедельника по пятницу, ходил старик к синему морю и закидывал в море невод. При этом каждый день в невод попадалось не больше рыбы, чем в предыдущий. Всего за пять дней старик поймал ровно **100** рыбок. Какое наименьшее суммарное количество рыбок он мог поймать за три дня — понедельник, среду и пятницу?

5. В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AC и BC соответственно. Известно, что точка пересечения медиан треугольника AMN является точкой пересечения высот треугольника ABC. Найдите угол ABC.

6. В одной из вершин шестиугольника лежит золотая монета, а в остальных ничего не лежит. Кощей Бессмертный чахнет над златом и каждое утро снимает с одной вершины произвольное количество монет, после чего тут же кладёт на соседнюю вершину в шесть раз больше монет. Если к исходу какого-то дня во всех вершинах будет поровну монет, Кощей станет Властелином Мира. Докажите, что хоть злата у него сколько угодно, но Властелином Мира ему не бывать.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 15 марта 2015 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Не используя калькулятора, определите знак числа

$$(\cos(\cos 1) - \cos 1)(\sin(\sin 1) - \sin 1).$$

2. Какое наименьшее количество множителей требуется вычеркнуть из числа $99! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 99$ так, чтобы произведение оставшихся множителей оканчивалось на 2?

3. Существует ли тетраэдр $ABCD$, в котором $AB = AC = AD = BC$, а суммы плоских углов при каждой из вершин B и C равны по $150°$?

4. При каких значениях x и y верно равенство

$$x^2 + (1-y)^2 + (x-y)^2 = \frac{1}{3}?$$

5. Дан остроугольный треугольник ABC. Окружности с центрами A и C проходят через точку B, вторично пересекаются в точке F и пересекают описанную около треугольника ABC окружность w в точках D и E. Отрезок BF пересекает окружность w в точке O. Докажите, что O — центр описанной окружности треугольника DEF.

6. На экране компьютера сгенерирована некоторая конечная последовательность нулей и единиц. С ней можно производить следующую операцию: набор цифр «**01**» заменять на набор цифр «**1000**». Может ли такой процесс замен продолжаться бесконечно или когда-нибудь он обязательно прекратится?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVIII Московская математическая олимпиада:
http://olympiads.mccme.ru/mmo/
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/ommo
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **11 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. Не используя калькулятора, определите знак числа

$$(\cos(\cos 1) - \cos 1)(\sin(\sin 1) - \sin 1).$$

2. Какое наименьшее количество множителей требуется вычеркнуть из числа $99! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 99$ так, чтобы произведение оставшихся множителей оканчивалось на 2?

3. Существует ли тетраэдр $ABCD$, в котором $AB = AC = AD = BC$, а суммы плоских углов при каждой из вершин B и C равны по $150°$?

4. При каких значениях x и y верно равенство

$$x^2 + (1-y)^2 + (x-y)^2 = \frac{1}{3}?$$

5. Дан остроугольный треугольник ABC. Окружности с центрами A и C проходят через точку B, вторично пересекаются в точке F и пересекают описанную около треугольника ABC окружность w в точках D и E. Отрезок BF пересекает окружность w в точке O. Докажите, что O — центр описанной окружности треугольника DEF.

6. На экране компьютера сгенерирована некоторая конечная последовательность нулей и единиц. С ней можно производить следующую операцию: набор цифр «**01**» заменять на набор цифр «**1000**». Может ли такой процесс замен продолжаться бесконечно или когда-нибудь он обязательно прекратится?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVIII Московская математическая олимпиада:
http://olympiads.mccme.ru/mmo/
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:
http://olimpiada.ru/ommo
Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.