

**Задача 1.** Многочлен  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  имеет три различных действительных корня, наибольший из которых равен сумме двух других. Докажите, что  $c > ab$ .

**Задача 2.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $O$  — центр описанной окружности. Точка  $B_1$  симметрична точке  $B$  относительно стороны  $AC$ . Прямые  $AO$  и  $B_1C$  пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что луч  $KA$  является биссектрисой угла  $BKB_1$ .

**Задача 3.** Найдите наименьшее натуральное число  $N > 9$ , которое не делится на 7, но если вместо любой его цифры поставить семёрку, то получится число, которое делится на 7.

**Задача 4.** Существует ли такой выпуклый четырёхугольник, у которого длины всех сторон и диагоналей в некотором порядке образуют геометрическую прогрессию?

**Задача 5.** В лаборатории на полке стоят 120 внешне неразличимых пробирок, в 118 из которых находится нейтральное вещество, в одной — яд и в одной — противоядие. Пробирки случайно перемешались, и нужно найти пробирку с ядом и пробирку с противоядием. Для этого можно воспользоваться услугами внешней тестирующей лаборатории, в которую одновременно отправляют несколько смесей жидкостей из любого числа пробирок (по одной капле из пробирки), и для каждой смеси лаборатория сообщит результат: +1, если в смеси есть яд и нет противоядия; −1, если в смеси есть противоядие, но нет яда; 0 в остальных случаях. Можно ли, подготовив 19 таких смесей и послав их в лабораторию единой посылкой, по сообщённым результатам гарантированно определить, в какой пробирке яд, а в какой противоядие?

**Задача 1.** Многочлен  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  имеет три различных действительных корня, наибольший из которых равен сумме двух других. Докажите, что  $c > ab$ .

**Задача 2.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $O$  — центр описанной окружности. Точка  $B_1$  симметрична точке  $B$  относительно стороны  $AC$ . Прямые  $AO$  и  $B_1C$  пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что луч  $KA$  является биссектрисой угла  $BKB_1$ .

**Задача 3.** Найдите наименьшее натуральное число  $N > 9$ , которое не делится на 7, но если вместо любой его цифры поставить семёрку, то получится число, которое делится на 7.

**Задача 4.** Существует ли такой выпуклый четырёхугольник, у которого длины всех сторон и диагоналей в некотором порядке образуют геометрическую прогрессию?

**Задача 5.** В лаборатории на полке стоят 120 внешне неразличимых пробирок, в 118 из которых находится нейтральное вещество, в одной — яд и в одной — противоядие. Пробирки случайно перемешались, и нужно найти пробирку с ядом и пробирку с противоядием. Для этого можно воспользоваться услугами внешней тестирующей лаборатории, в которую одновременно отправляют несколько смесей жидкостей из любого числа пробирок (по одной капле из пробирки), и для каждой смеси лаборатория сообщит результат: +1, если в смеси есть яд и нет противоядия; −1, если в смеси есть противоядие, но нет яда; 0 в остальных случаях. Можно ли, подготовив 19 таких смесей и послав их в лабораторию единой посылкой, по сообщённым результатам гарантированно определить, в какой пробирке яд, а в какой противоядие?