

ММО-2025, 9 класс, критерии проверки

Задача 1. Можно ли расставить девять различных целых чисел в клетки таблицы 3×3 так, чтобы произведение чисел в каждой строке равнялось 2025 и произведение чисел в каждом столбце тоже равнялось 2025? (М. Евдокимов)

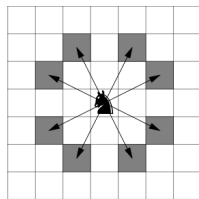
Критерии

- ± Расстановка чисел, в которой можно изменить ровно одно число так, чтобы она стала верной.
- Расстановка чисел, в которой нужно изменить хотя бы два числа, чтобы она стала верной.
- Только верный ответ.

Задача 2. Можно ли на бесконечной клетчатой плоскости расставить бесконечное количество шахматных коней (не более одного коня в клетку) так, чтобы каждый конь бил ровно 6 других?

Напомним, что шахматный конь бьёт 8 клеток, как показано на рисунке.

(А. Тертерян)



Критерии

- Приведён пример расстановки конечного количества коней, но непонятно, как его продолжать дальше (например, в работе написано «аналогично», но как именно, из работы неясно).
- Только верный ответ.

Задача 3. В треугольнике ABC с прямым углом C провели высоту CH . Окружность, проходящая через точки C и H , повторно пересекает отрезки AC , CB и BH в точках Q , P и R соответственно. Отрезки HP и CR пересекаются в точке T . Что больше: площадь треугольника CPT или сумма площадей треугольников CQH и HTR ? (М. Евдокимов)

Критерии

- Только верный ответ.

Задача 4. Каждая клетка квадрата 100×100 покрашена либо в белый, либо в чёрный цвет. Оказалось, что у каждой белой клетки ровно две соседних с ней по стороне клетки покрашены в белый цвет, а у каждой чёрной клетки ровно две соседних с ней по стороне клетки покрашены в чёрный цвет. Найдите максимальное возможное количество чёрных клеток. (А. Заславский)

Критерии

- $\geq \pm$ Верная оценка.
- $\leq \mp$ Верный пример и недоделанная оценка.
- $\leq \mp$ Оценка опирается на неверное утверждение, что всякое связанное по стороне множество чёрных клеток образует прямоугольную каёмку.
- $\leq \mp$ При доказательстве оценки утверждается, но не доказано, что в оптимальной раскраске все граничные клетки чёрные.
 - Только верный ответ.

Задача 5. У хозяйки есть кусок мяса, которым она хочет накормить трёх котиков. Раз в несколько секунд хозяйка отрезает кусочек мяса и скармливает его одному из котиков на свой выбор, причём каждый кусочек должен составлять одну и ту же долю куска, от которого его отрезают. Через некоторое время хозяйка убирает остаток мяса в холодильник. Может ли она скормить котикам поровну мяса?
(А. Кушнин)

Критерии

- Задача сведена к разбиению конечной геометрической прогрессии на три группы с равными суммами.
- Задача решена только в случае, когда значение доли рационально.
- Только верный ответ.

Задача 6. Высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Биссектриса угла CBH пересекает отрезок CH в точке X , биссектриса угла BCH пересекает отрезок BH в точке Y . Обозначим величину угла XA_1Y через α . Аналогично определим β и γ . Найдите значение суммы $\alpha + \beta + \gamma$.
(А. Доледенюк)

Критерии

- Только верный ответ.
- Счётное решение, не доведённое до конца.