

**Задача 1.** Между двумя восьмёрками в числе 88 вписали несколько нулей. Докажите, что можно всегда дописать слева в начало нового числа ещё несколько цифр так, чтобы получилось число, которое является полным кубом.

**Задача 2.** Кусок сыра массой 1 кг разрезали на  $n \geq 4$  кусков массами меньше 600 г. Оказалось, что их нельзя разбить на две кучки так, чтобы масса каждой кучки была не меньше 400 г, но не больше 600 г (кучка может состоять из одного или нескольких кусков). Докажите, что найдутся три таких куска, что суммарная масса любых двух из них больше 600 г.

**Задача 3.** Пусть  $O$  — центр описанной окружности остроугольного треугольника  $ABC$ . На стороне  $BC$  отметили точку  $D$ . Окружности, описанные около треугольников  $BOD$  и  $COD$ , повторно пересекают отрезки  $AB$  и  $AC$  в точках  $X$  и  $Y$  соответственно. Докажите, что из отрезков  $BX$ ,  $XU$  и  $YC$  можно сложить треугольник.

**Задача 4.** Назовём подмножество  $A$  плоскости *похожим на прямую*, если для некоторой прямой  $\ell$  той же плоскости найдётся такое взаимно однозначное соответствие  $f: \ell \rightarrow A$ , что для всяких двух точек  $X, Y$  на прямой  $\ell$  длина отрезка  $XU$  отличается от длины отрезка  $f(X)f(Y)$  не более, чем на 1. Верно ли, что любое подмножество плоскости, похожее на прямую, лежит между некоторыми двумя параллельными прямыми?

**Задача 5.** Фокусник вместе со своим помощником собираются показать следующий фокус. Помощник надевает фокуснику повязку на глаза, приглашает на сцену случайного зрителя из зала и просит его написать последовательность из нулей и единиц длины  $2^{2025}$ . Затем помощник верно называет фокуснику номер и значение некоторого одного члена последовательности. Задача фокусника — отгадать 2025 других членов последовательности (т. е. назвать их номера и значения). Докажите, что они могут заранее договориться так, чтобы фокус удался.

---

Задачи, решения, информация о закрытии

LXXXVIII Московской математической олимпиады

на сайте [mcsme.ru/mmo/](http://mcsme.ru/mmo/)

**Задача 1.** Между двумя восьмёрками в числе 88 вписали несколько нулей. Докажите, что можно всегда дописать слева в начало нового числа ещё несколько цифр так, чтобы получилось число, которое является полным кубом.

**Задача 2.** Кусок сыра массой 1 кг разрезали на  $n \geq 4$  кусков массами меньше 600 г. Оказалось, что их нельзя разбить на две кучки так, чтобы масса каждой кучки была не меньше 400 г, но не больше 600 г (кучка может состоять из одного или нескольких кусков). Докажите, что найдутся три таких куска, что суммарная масса любых двух из них больше 600 г.

**Задача 3.** Пусть  $O$  — центр описанной окружности остроугольного треугольника  $ABC$ . На стороне  $BC$  отметили точку  $D$ . Окружности, описанные около треугольников  $BOD$  и  $COD$ , повторно пересекают отрезки  $AB$  и  $AC$  в точках  $X$  и  $Y$  соответственно. Докажите, что из отрезков  $BX$ ,  $XU$  и  $YC$  можно сложить треугольник.

**Задача 4.** Назовём подмножество  $A$  плоскости *похожим на прямую*, если для некоторой прямой  $\ell$  той же плоскости найдётся такое взаимно однозначное соответствие  $f: \ell \rightarrow A$ , что для всяких двух точек  $X, Y$  на прямой  $\ell$  длина отрезка  $XU$  отличается от длины отрезка  $f(X)f(Y)$  не более, чем на 1. Верно ли, что любое подмножество плоскости, похожее на прямую, лежит между некоторыми двумя параллельными прямыми?

**Задача 5.** Фокусник вместе со своим помощником собираются показать следующий фокус. Помощник надевает фокуснику повязку на глаза, приглашает на сцену случайного зрителя из зала и просит его написать последовательность из нулей и единиц длины  $2^{2025}$ . Затем помощник верно называет фокуснику номер и значение некоторого одного члена последовательности. Задача фокусника — отгадать 2025 других членов последовательности (т. е. назвать их номера и значения). Докажите, что они могут заранее договориться так, чтобы фокус удался.

---

Задачи, решения, информация о закрытии

LXXXVIII Московской математической олимпиады

на сайте [mcsme.ru/mmo/](http://mcsme.ru/mmo/)