

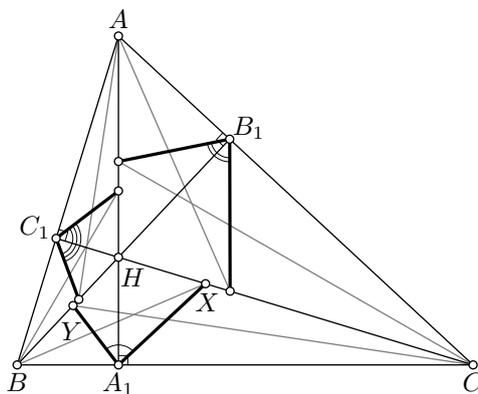
Задача 1. На совместный симпозиум лжецов (всегда лгут) и правдолюбов (всегда говорят правду) собрались 100 участников, среди которых не все лжецы и не все правдолюбы. Каждые два участника либо знакомы, либо незнакомы друг с другом. Каждый ответил «да» или «нет» на вопрос «Знакомы ли вы?» про каждого из остальных. Какое наименьшее количество ответов «да» могло быть получено?

Задача 2. Дана последовательность $a_n = n!(n^2 - 2025n + 1)$ для всех натуральных n . Найдите сумму первых 2025 членов этой последовательности.

Задача 3. Даны две треугольные пирамиды с общим основанием ABC . Их вершины S и R лежат по разные стороны от плоскости ABC . Все боковые рёбра одной пирамиды параллельны соответствующим боковым граням другой. Докажите, что объём одной пирамиды вдвое больше объёма другой.

Задача 4. Существуют ли такие натуральные числа m и n и такой многочлен $f(x)$ с целыми коэффициентами, что $f(m)$ не делится на n , но $f(p^k)$ делится на n для любого простого числа p и любого натурального k ?

Задача 5. Высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Биссектриса угла CBH пересекает отрезок CH в точке X , биссектриса угла BCH пересекает отрезок BH в точке Y . Обозначим величину угла XA_1Y через α . Аналогично определим β и γ . Найдите значение суммы $\alpha + \beta + \gamma$.



Задача 6. Петя красит каждую клетку доски 22×22 в чёрный или белый цвет так, чтобы клетки каждого цвета образовывали многоугольник. Затем Вася разрезает доску на двухклеточные доминошки. Петя стремится к тому, чтобы в итоге получилось как можно больше разноцветных доминошек, а Вася — к тому, чтобы их получилось как можно меньше. Наличие какого наибольшего числа разноцветных доминошек может гарантировать Петя, как бы ни действовал Вася?

(Напомним, что граница многоугольника — замкнутая ломаная без самопересечений.)

XXII устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов состоится 13 апреля.

Подробности — на странице olympiads.mcsme.ru/ustn/

Задачи, решения, информация о закрытии
LXXXVIII Московской математической олимпиады —
на сайте mmo.mcsme.ru