

Задача 1. Алиса записала положительные числа a, b, c, d, e (не обязательно целые), а Маруся — числа $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$. Оказалось, что сумма чисел Алисы больше суммы чисел Маруси. Могло ли произведение чисел Алисы оказаться меньше произведения чисел Маруси?

Задача 2. В остроугольном треугольнике ABC на высоте BD внутри треугольника выбрали точку E . Точка K — середина отрезка AE , точка L — середина отрезка BC . Оказалось, что точки K, D, L — последовательные вершины квадрата. Докажите, что четвертая вершина квадрата лежит на прямой AB .

Задача 3. Полина записала число, оканчивающееся на 2026. А Стёпа посчитал сумму всех натуральных делителей этого числа (включая 1 и само число). Мог ли он получить число 1 000 000 001?

Задача 4. Король решил испытать своего придворного мудреца. Он выложил 144 внешне одинаковые золотые монеты в виде квадрата 12×12 и сообщил, что среди них ровно 12 фальшивых монет, которые лежат в ряд (по горизонтали или вертикали). Все настоящие монеты весят одинаково, а фальшивые могут весить по-разному, но каждая из них легче настоящей. Король просит найти 110 настоящих монет за два взвешивания на чашечных весах без гирь. Может ли мудрец действовать так, чтобы гарантированно справиться с заданием короля?

Чашечные весы показывают, на какой из двух чаш груз тяжелее. Если грузы весят одинаково, весы показывают равенство. На каждую из чаш можно положить любое количество монет.

Задача 5. Внутри равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) выбрана точка D так, что $AD = BC$, $\angle DAB = \angle DBC$. Точка K на отрезке BD такова, что $\angle AKD = 60^\circ$. Точки K и B различны. Докажите, что $\angle BAK = 2\angle KAD$.

Задача 6. В совет входит $n \geq 5$ эльфов, каждый из которых доверяет одному или нескольким другим эльфам (доверие необязательно взаимно). Они хотят, чтобы один из эльфов взял Кольцо Всевластья, а затем текущий владелец Кольца передавал его одному из тех, кому доверяет. Известно, что так от любого эльфа Кольцо может перейти (необязательно напрямую) к любому другому. Эльфы хотят действовать так, чтобы в результате k передач Кольца оно хотя бы раз побывало у каждого эльфа. При каком наименьшем k (для данного n) у них обязательно получится это сделать (вне зависимости от того, кто кому доверяет)?